

———— はじめに ————

本書は大学入試のための数学 I・A の問題集である。一通り数学 I・A を学習した人が入試の準備のために利用することを想定している。とくに、教科書と実際の入試問題の隔りを埋めて、入試で必要となる手法や考え方に習熟してもらうことを目標にした。

問題集の価値は「どの問題を探るか」と「どんな解答をするか」でほとんど決まるであろう。本書を書くにあたっては、次のことに留意した。

- 1 テーマがはっきりしていて夾雑物の少ない問題を選ぶ。
- 2 各項目ごとに、全問解けば一通りの知識と手法が学べるようにする。
- 3 教科書では扱いが小さいが、欠かすことのできないもの、例えば整数の問題や 2 次方程式の解の分離の問題などには、かなりの題数を割り当てた。
- 4 解答は考え方も含めて詳しく書いた。とくに、論理的な事柄がからんでくる点については少しくどいくらいに説明したところもある。
- 5 何通りかの解答がある場合には、より基本的（あるいは原理的）なものを優先させた。うまく工夫すると簡単に解ける場合でも、一般性や必然性に乏しいものはあえて無視して採用しなかった。
- 6 途中の計算もできるだけ省略せずに書いた。

数学では、アイデアが大切である。単に解答を読んで理解するだけでなく、その解答を生み出す考え方や発想といったものを理解し、身につけるように努めてほしい。そうすれば、応用もきくし、次からは自分一人でも解けるようになると思う。また、解答を読んでいくと、いろいろ疑問に思うこともあるかも知れない。なぜ $x + \frac{1}{x} = t$ とおくのか、なぜ $a \geq 1$ と $a < 1$ とで場合分けをするのか、なぜ実数条件から最大値が求められるのか、等々。こういう疑問をもつことはよいことである。自分なりに理由を考えることが上達への近道であろう。紙面には限りがあり、また、活字でどれくらいうまく伝わるかわからないが、できるだけこのような疑問に答えられるように説明したつもりである。

構成と使い方

●問題編

基本のまとめ

各節のはじめに設け、その項目に関する公式や基本的な手法を整理した。

問題演習

大学入試問題を中心に、各分野の標準的で頻出の問題を211題に厳選した。とくに、問題の選定にあたっては受験生の達成感、満足感が得られるよう問題のレベル選定に注意し、問題の分量を定めた。冠名「チョイス新標準問題集」はこの意味あいを含めて命名した。なお、問題によっては、穴埋めの形のを記述式にしたり、若干言葉使いを変えたものもある。これらについては、とくに断っていない。また、問題の主旨を変えない程度に少し変更を加えたものや問題の一部を削除したものもある。これらについては、大学名学部名の右上に*をつけた。

問題A 原則として基本的・基礎的問題を収録した。ただし、問題Aだけでも一通りの学習ができるように、一部やや難しい問題もある。また、テーマに従って配列したので、必ずしも厳密に易しい順に並んでいるわけではない。

問題B 問題Aよりやや程度の高い問題を、AとBの難易が自然につながるよう収録した。後半部には、一部発展的問題も含まれている。

ヒント 問題解法の手がかりとなるように、巻末の「答えとヒント」の中で必要に応じて設けた。

この問題集の進め方には、まず問題Aのみを通す方法と、問題A・問題Bセットで順番に取り組む二通りがある。また、教科書も問題集も一通り終わった受験生で、本格的に実力を試したい人は、問題Bだけを解いてもよい。

●解答・解説編

考え方 解き方の指針を示してあるので、できるだけ読んでほしい。

解答 2つ以上の解答を示すときには番号Ⅰ、Ⅱ、…をつけて区別してある。

順番に大した意味はない。どれもお勤めできる解答であるから、1つ理解してくればよい。もし余裕があり、すべて理解してくればよいことではない。

[注] 解答の際に注意すべき点や補足事項を示した。

— も く じ —

第1章 数と式

- 1 式と計算……………6
- 2 命題と論証……………9
- 3 整数……………12

第2章 2次関数

- 4 2次方程式……………16
- 5 2次関数と不等式……………19
- 6 いろいろな方程式……………23
- 7 2次方程式の解の分離……………26
- 8 最大・最小と存在範囲……………29

第3章 個数の処理

- 9 場合の数……………32
- 10 順列と組合せ……………35
- 11 組合せの種々の問題……………39

第4章 確率

- 12 事象と確率……………44
- 13 独立試行……………47
- 14 条件つき確率……………50
- 15 期待値……………53

第5章 図形と計量

- 16 三角比……………56
- 17 図形の計量……………59

第6章 平面図形

- 18 三角形……………62
- 19 円……………67
- 20 平面図形の種々の問題……………72

第7章 データの分析……………78

第8章 総合演習……………84

答えとヒント……………90

解答・解説編……………別冊

$|x_i - \bar{x}| > 4s$ を満たす x_i が存在しないことを、背理法で示す。存在したと仮定すると、 $d_i > 4s$ であるから、①から、

$$\begin{aligned} 15s^2 &= d_1^2 + d_2^2 + \cdots + d_{15}^2 \\ &\geq d_i^2 \\ &> (4s)^2 \end{aligned}$$

つまり、

$$15s^2 > 16s^2$$

となって矛盾する。よって、 $|x_i - \bar{x}| > 4s$ を満たす x_i は存在しない。

(2) これも背理法により示す。 $|x_i - \bar{x}| > 2s$ を満たす x_i の個数が4個以上と仮定し、4個の i の値 i_1, i_2, i_3, i_4 に対して、

$$|x_i - \bar{x}| > 2s$$

が成り立つとする。このとき、

$$d_{i_1} > 2s, d_{i_2} > 2s, d_{i_3} > 2s, d_{i_4} > 2s$$

であるから、①から、

$$\begin{aligned} 15s^2 &= d_1^2 + d_2^2 + \cdots + d_{15}^2 \\ &\geq d_{i_1}^2 + d_{i_2}^2 + d_{i_3}^2 + d_{i_4}^2 \\ &> (2s)^2 + (2s)^2 + (2s)^2 + (2s)^2 \\ &= 16s^2 \end{aligned}$$

つまり、

$$15s^2 > 16s^2$$

となって矛盾する。よって、 $|x_i - \bar{x}| > 2s$ を満たす x_i の個数は3以下である。

第8章 総合演習

188 考え方

$n^4 + 4$ を因数分解することにより、合成数であることを示す。

解答

$N = n^4 + 4$ とおく。

$$\begin{aligned} n^4 + 4 &= (n^4 + 4n^2 + 4) - 4n^2 \\ &= (n^2 + 2)^2 - (2n)^2 \\ &= (n^2 + 2n + 2)(n^2 - 2n + 2) \end{aligned}$$

と因数分解される。

$$P = n^2 + 2n + 2, Q = n^2 - 2n + 2$$

とおけば、 $n \geq 2$ より

$$Q = n(n-2) + 2 \geq 2$$

であり、また明らかに $P > Q$ である。

したがって、

$$N = PQ, P > Q \geq 2$$

と N は2以上の2個の整数の積にかける。

よって、 N は素数ではない。

189 考え方

$\frac{a}{b}$ が $\sqrt{3}$ より大きいとき、小さいときの2つの場合がある。それぞれについて、

$\frac{a+3b}{a+b}$ と $\sqrt{3}$ との大小を調べる。

解答

$\sqrt{3}$ は無理数なので、 $\frac{a}{b} = \sqrt{3}$ となることはない。よって、次の2つの場合が考えられる。

(ア) $\frac{a}{b} < \sqrt{3}$ の場合

この場合、

$$a < \sqrt{3}b \quad \cdots \text{①}$$

である。このとき、

$$\begin{aligned} \frac{a+3b}{a+b} - \sqrt{3} &= \frac{a+3b - \sqrt{3}a - \sqrt{3}b}{a+b} \\ &= \frac{(3-\sqrt{3})b - (\sqrt{3}-1)a}{a+b} \\ &= \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}b-a)}{a+b} \end{aligned}$$

であるが、①より $\sqrt{3}b - a > 0$ なので、こ