はじめに

この問題集は，国公私立大学の理系学部の合格を目指す諸君が，大学入試の数学Ⅰ，Ⅱ，A，B，C の各分野で頻出するテーマを，夏以降から受験までの短期間で学習できるように，質・量を考慮して作られています．

採り上げた問題は，すべて最近の大学入試で出題された問題ですが，そのほとんどは文字や数値を変えて今回出題された大学以外の，他の多くの大学でも出題されています．そして，これからも多くの大学で出題されるはずです．

また，難問や解答に奇抜な考え方をするものはあえて採用していません．大学入試で合格するためには必ずしも難問ばかりが解ける必要はなく，基本（＝典型）的な問題や，頻出の標準的な問題が，いかに確実に得点できるかが合否の鍵となります．

大学入試では不得手な分野が一つでもあると合格への大きな障害となります．本書で採り上げた問題を，一題一題丁寧に解き，そこで扱われている内容を十分理解することで，苦手分野を一掃しましょう．

この問題集を完全にものにすることができたら，あとは自分の受験予定の大学の過去の入試問題〔5年分〕を解きましょう．志望大学の出題傾向を知り，その傾向に合わせて重点的に学習すれば，必ず合格点が取れる実力が身につくはずです．

4頁に，**近年の入試出題傾向と対策**を記してあります．ぜひ学習を進める際に参考にして，がんばってください．

“扉は，それをたたく者の前に開かれる”

著者より

本書の構成と活用の仕方

この問題集を書くにあたって留意した点，および本書の使い方について，いくつかの注意点を記しておきます．

❶ 問題は全部で165 題あります．一口に，国公私立大学の理系学部に合格するのが目的といっても，大学・学部によって出題される問題のレベル，および合格に必要な学力は千差万別であり，1 冊の問題集ですべての大学・学部の数学の入試問題に対応するには無理があります．

そこで，本書では，数学 I，II，A，B，C の各分野で一通り学習しておきたい内容を含んだ問題135 題と，これらの内容のうち特に重要と思われるものについてのやや応用的な問題を30 題，合計165 題を取り上げました．応用的な問題については，問題番号の右肩に＊印をつけてあります．

まず，無印の135 題を解いてください．時間に余裕のある受験生および難関大学・学部を目指す諸君は是非＊印の 30 題にチャレンジしましょう．

❷ 問題の配列については，原則として数学 I，II，A，B，C の順で高等学校の教科書の章に沿って，基本的な単一テーマの問題から，いくつかのテーマの融合された応用的な問題へ進むように配置してあります．

入試では，複数の分野が融合された問題が出題されることも多いので，必ずしも高校での学習順に並んでいない問題もあります．

高校で，すでに，一通り学習を済ませている諸君は，どの分野から解き始めても構いません．

❸ いくつかの問題に対しては，【解答】の前に，解法の糸口用に，ヒントとしての 解法のポイント を載せてあります．

❹【解答】は着想が自然で，同じテーマの問題に対して，適応範囲の広い一般性のあるものを第一とし，他にも方法がある場合は，［別解］として【解答】の後で取り上げました．

❺【解答】は，答案作成の手本のつもりで書いてあるので，なぜこのような解答に至るのかという考え方までは触れてありません．したがって，解答中で考え方の難しい部分に対しては【解答】の後に 解説 として，少し詳しく説明を加えてあります．また，【解答】は丁寧に書かれていますが，解答時間に制限のある入試本番では，ここまで書かなくてもほぼ満点に近い点が与えられるはずです．

ただし，入試の採点においては最終結論だけでなく，それに至る論理的な思考過程およびそれを他人に説明できる能力が評価されますから，説得力のある答案を作成するように，日頃から心がけてください．

❻ 本書では，解答編にできるだけ多くの図・グラフを載せてあります．答案を採点する際，長い説明よりわかりやすい図，グラフの方が採点者には好印象を与えます．普段から，積極的に図を描く練習を積みましょう．

❼ 問題を解くにあたっては，すぐに解答が思い浮かばない場合でも10分間は考えてください．10分間経っても手が出ない時は， 解法のポイント を見て，さらに 10 分間考えてください．20分間を使っても解けない場合は【解答】を読んでください．20分間も考えても解けないような問題は，自分の弱点分野ですから，こういう問題こそ【解答】 解説 を参考にしながら，次に出た時には解けるように確実に克服しておくことがとても大切です．

❽ **【解答】** 中に何度も現れる記号 "$\Longleftrightarrow$" は論理記号で，命題 A，B に対し，"$A \Longleftrightarrow B$" は A と B とが同値であることを意味しています．

最後に，本書を使ったオススメの学習例を書いておくので，ぜひ試してほしい．

〈オススメの学習例〉

①まず，本書の特徴である，**【解答】**［別解］を上手に活用し，**解法パターンの種類をとりあえず覚える．**

②**次に，問題を実際に自分の手を動かし，解く．**その際，自分に合った，速く，正確に，解くパターンを身につける．

③最後に，「最近の入試出題傾向と対策」で触れたように，**ポイントを置いた重点学習で，類題をどんどん解く．**

大石 隆司

第 4 章　図形と方程式

30　直線の方程式，三角形の重心の座標

解法のポイント

3 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$，C$(x_3,\ y_3)$ を頂点とする三角形の重心を G とすると，

$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right).$$

【解答】

G は 2 直線

$$\begin{cases} 13x-12y=0, \\ x-9y+35=0 \end{cases}$$

の交点であるから，この連立方程式を解くと，

$$x=4,\ \ y=\frac{13}{3}.$$

よって，

$$G\left(4,\ \frac{13}{3}\right).$$

B，C はそれぞれ直線 $13x-12y=0$，$x-9y+35=0$ 上の点であるから，

$$B(12s,\ 13s),\ C(9t-35,\ t)$$

とおける．

三角形 ABC の重心が G であるから，

$$\left(\frac{2+12s+(9t-35)}{3},\ \frac{8+13s+t}{3}\right)=\left(4,\ \frac{13}{3}\right).$$

したがって，

$$\begin{cases} 12s+9t-33=12, \\ 13s+t+8=13. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12s+9t=45, \\ 13s+t=5. \end{cases}$$

これを解いて，

$$s=0,\ \ t=5.$$

よって，

$$\mathbf{B(0,\ 0),\ C(10,\ 5),\ G\left(4,\ \frac{13}{3}\right).}$$

第 14 章 ｜ 複素数平面

155 ド・モアブルの定理

解法のポイント

$|\alpha|=1$ のとき，$\overline{\alpha}=\dfrac{1}{\alpha}$，$\alpha+\overline{\alpha}=2\,\mathrm{Re}(\alpha)$ （$\mathrm{Re}(\alpha)$ は α の実部）

【解答】

(1) $\alpha \neq 1$ より，初項 1，公比 α の等比数列の初項から第 5 項までの和として，

$$1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4=\frac{1-\alpha^5}{1-\alpha}.$$

ここで，ド・モアブルの定理より，

$$\begin{aligned}\alpha^5&=\left(\cos\frac{2}{5}\pi+i\sin\frac{2}{5}\pi\right)^5\\&=\cos 2\pi+i\sin 2\pi\\&=1\end{aligned}$$

であるから，

$$1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4=0.$$

(2)

$$\begin{aligned}u+v&=(\alpha+\alpha^4)+(\alpha^2+\alpha^3)\\&=\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4\\&=-1.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}uv&=(\alpha+\alpha^4)(\alpha^2+\alpha^3)\\&=\alpha^3+\alpha^4+\alpha^6+\alpha^7\\&=\alpha^3+\alpha^4+\alpha\cdot\alpha^5+\alpha^2\cdot\alpha^5\\&=\alpha^3+\alpha^4+\alpha+\alpha^2 \qquad (\alpha^5=1 \text{ より})\\&=-1.\end{aligned}$$

(3) (2)より，2 次方程式の解と係数の関係より，u，v は z の 2 次方程式

$$z^2+z-1=0 \qquad \cdots①$$

の解である．

①の解は，

$$z=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}.$$

ここで，$|\alpha|=1$ より，

$$\alpha\overline{\alpha}=|\alpha|^2=1$$