

著 者 か ら 皆 さ ん へ

この問題集は、翌春、文系難関大学合格を目指す諸君が、**自学自習用に夏から利用し始め、入試本番前に終わられることを想定し、数多の問題から、解くことによってあるいは解こうとすることによって得るものが多いと思われる問題を、質・量を考えて作られています。**【解答】はやや丁寧気味に書かれていますから、本番ではここまで書かなくても満点が取れるはずで

また、総合大学の理系の学部・学科で出題されたものであっても、文系でも出される可能性の高いと思われる問題は採ってあります。

入試では複数の分野にまたがる融合問題がしばしば出されるので、配列については、必ずしも高校での学習順とはなっていません。(融合問題は主たるテーマと思われる分野あるいは難しいと思われる部分の分野、はたまた問題文の見た目の分野の方に収めた。)

さらに、数学Cのベクトル分野については、文系学部ではあってもそれが難関大学であると出題範囲に入っていたりもするので本問題集にも収載したし、表向きは他分野の問題の答案作成にも躊躇せずにご利用しました。また、整数は入試では頻出なので特に講建てしました。逆に、出題されることが少ない分野は取り扱いませんでした。

不得手な分野が1つでもあると、合格点を取ることが不確実になります。この問題集で十二分に演習し不得意分野を一掃してください。

本書では解答編にできるだけ多くの図を載せて理解の一助としましたが、諸君も自分でこのような図を描く練習をし、さらにその中から必要な情報を抽出する訓練をするとよいでしょう。

答案例は諸君が試験現場で考え付き易いと思われるものを採用しましたが、それは人に依って違うことも多々あるでしょうから、こっちのアプローチの方を気づくかもという答案例も(あれば)別解として挙げておきました。

さらに、もしかすると知らなかったかもしれないあるいはここで一度知識をまとめておいてもらおうと考えられる事柄については、適宜、【注】、【参考】も付けておいたので確認して欲しい。

加えて、公式、定理がたくさん出てきますが、「公式、定理そのものの暗記だけ」では役に立ちません。「道具」はその「使用目的、使用方法」を知って、

なおかつ「使用経験」があって初めて有効なのですから、ここのところを意識しつつ学習なさい。

さらに加えて、入試の採点においては、諸君の数学の力のみならず、

『“自分が理解しているという事実”を、あなたのことを何も知らない

(しかも目の前に居ない)赤の他人に、説明する力が評価される』

のですから、決して、最終結果だけ合っていれば(当たっていれば?)いいのだという手前勝手な答案でよしなどとせず、本書の解答を参考にして手習いをするつもりで、論述の訓練をすることが肝要です。

この問題集を隅から隅まで利用すれば、後は諸君が志望する大学の過去問をチェックして、合格点(7~8割)が取れるはずです。

“あなたが受験数学に真剣に費やした時間は入試会場であなただけを裏切らない”
とわたしは思う。

著 者

言わずもがなのことだけれど、入試数学に話が限定されているわけだから当然、いくつかの考え方や方法はこの本の中で繰り返し出現している。

「なんだこの著者、同じ事ばかり何度も書いているではないか」

と思うでしょう。

その通りです。そう思ってもらえたら重畳ちようじようです。

譬え話たとえばなしにならないかも知れませんが、アドレナリン(エピネフリン)は交感神経を興奮させるホルモンで、運動器官においては血液循環を上昇させ、呼吸器官においてはガス交換効率を向上させ、感覚器官においてはその感度を高めるなど様々なところに働く多くのいろいろな“力”を持っているそうです。受験数学の考え方や方法、技もこれに似ているといえるかも知れません。

また、仄聞そくぶんするところ、1回2回では覚えられないが7回聞けば身に付くそうですから、こらえて下さい。志望大学合格後も生涯にわたって役に立つなどとは言いませんが、

“あの手がダメでも、この手があるさ”

という二枚腰の魂は長らく重宝すると、これまたわたしは思います。

入試出題傾向と対策

数学 I 「2次関数」は単独で出題されるよりは、“変数を置き換えて2次関数や2次方程式、不等式に帰着させる他分野との融合問題”が多数を占めます。

また、「三角比」は出題数としては他分野と比べ少ない方で、出題されてもほとんどが典型的な問題です。したがって、数学 I のこれらの分野については、典型的な問題を数題学習することで対応は十分です。

数学 A 数学 A では何とんでも「場合の数、確率」の出題が圧倒的に多く、単なる“数え上げの問題”から始まって、“整数問題や数列分野との融合問題”に至るまでさまざまですから、いろいろな問題をその工夫の仕方に注目して学習しておきましょう。

また、「整数」分野から毎年のように出題する大学もあります。この分野の問題ほど“経験がものをいう”問題はありません。十分な演習が求められます。

数学 II 「指数関数、対数関数」、「三角関数」については、“方程式や不等式”、“関数の最大、最小”といった比較的単純な問題の演習で、公式を正しく速く使える計算力を養うことが第一です。

「図形と方程式、不等式」では、“円と直線に関する単純な問題”の出題も相変わらず多いけれど、数学 I の2次方程式、不等式との融合的な“軌跡および領域の問題”を練習することが応用力を身に付けるという点からも効果的でしょう。

「微分」では、“係数に文字を含んだ関数に絡む接線の問題”、“関数の増減、極値に関する問題”、また、微分の応用として“方程式の実数解の存在条件、実数解の個数についての問題”が多く出題されています。

「積分」の面積を求める問題については、放物線が絡むものが圧倒的ですが、その多くの問題が典型問題です。積分の学習を進めるうえでの課題は、確実に要領のよい計算力を身に付けることです。

数学 B 「数列」は、単に漸化式の解法や和の公式をマスターするにとどまらず、等式や不等式の数学的帰納法による証明や、図形、場合の数、確率、整数

など他分野との融合問題として出題されることも多い（したがって、たいがい難しい問題に感じられる）から、ここは、しっかり時間をかけて訓練する必要があります。

数学C 「ベクトル」分野では、「平面上の点が与えられた直線上にある」、「空間内の点が与えられた平面上にある」ことからベクトルを決定する問題（一次結合で表しておいて係数比較する問題）、および、「平面、空間におけるベクトルの内積を含む図形問題」が出題されます。平面ベクトルでは、「円とベクトルに関する問題」、「点の軌跡、領域に関する問題」として数学Ⅱの三角関数や平面図形と方程式との融合形式による出題が目立ちます。空間ベクトルでは、「座標空間で考える問題」も多く出題され、この分野で学習を進めるポイントは、いろいろな素材（直線、平面、球面、四面体、三角柱、平行六面体、etc.）の問題を解いてみることです。

問題文の記号や表現を原典から変更した場合であっても、その解答の流れが（記号を除いて）元と全く同じでよいときや穴埋め問題を論述式問題に変更しただけのとき、その出典を一々「〇〇大・改」とはしなかった。

問題文の理解、解法の習得が難しいであろう問題には†（ダガーマーク）を付けておいた。†付きの問題に限らず、答案作成中に10分間手や頭が止まったら、さっさと【解答】を見てしまうのも一手だと思う。そこが自分の弱点だということが判ったのだし、二度と同じ様なところで引っ掛からなければよいのだから。

尚、答案をスッキリとさせる為に次の意味を持つ記号 ∴ や ∵ を用いた。

∴ それ故に、したがって、よって、だから、therefore

∵ なぜならば、because

目 次

	問題編	[解答編]
数学 I		
§ 1 2次関数, 2次方程式, 2次不等式	7	[2]
§ 2 図形と計量(三角比)	10	[20]
数学 A		
§ 3 図形の性質	12	[29]
§ 4 場合の数, 確率	13	[37]
§ 5 整数	21	[73]
数学 II		
§ 6 いろいろな式	24	[99]
§ 7 図形と方程式, 不等式	28	[121]
§ 8 指数関数, 対数関数	33	[163]
§ 9 三角関数	35	[176]
§ 10 微分法, 積分法	37	[193]
数学 B		
§ 11 数列	41	[226]
数学 C		
§ 12 ベクトル	48	[262]

§ 11 | 数 列

117.

解法メモ

与方程式が複2次方程式であることに気が付いて、 $t=x^2$ とおけば、

$$t^2 + (8-2a)t + a = 0$$

が異なる2つの正の解 α, β ($\alpha < \beta$) を持って、

$$-\sqrt{\beta}, -\sqrt{\alpha}, \sqrt{\alpha}, \sqrt{\beta}$$

がこの順に等差数列になっているはずです。(その1)

また、本問の等差数列的に並んでいる4つの実数解を

$$c-3d, c-d, c+d, c+3d \quad (d > 0)$$

とおくと、与方程式左辺は

$$\begin{aligned} x^4 + (8-2a)x^2 + a \\ = \{x - (c-3d)\} \{x - (c-d)\} \{x - (c+d)\} \{x - (c+3d)\} \end{aligned}$$

と因数分解されますから…(その2)

【解答】

(その1)

$$x^4 + (8-2a)x^2 + a = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

で、 $t=x^2$ とおくと、 $\textcircled{1}$ は、 $t^2 + (8-2a)t + a = 0$ 、すなわち、

$$\{t - (a-4)\}^2 - a^2 + 9a - 16 = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

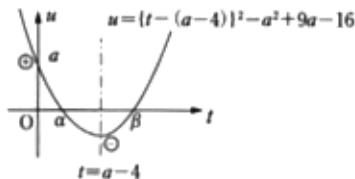
と書ける。

t の方程式 $\textcircled{2}$ の2解を α, β とすると、 $\textcircled{1}$ が相異なる4つの実数解を持つことから、 α, β は相異なる2つの正の数で、

$$\begin{cases} a-4 > 0, \\ a > 0, \\ -a^2 + 9a - 16 < 0. \end{cases}$$

これを解いて、

$$a > \frac{9 + \sqrt{17}}{2}. \quad \dots \textcircled{3}$$



このとき、 $(0 <) \alpha < \beta$ とすれば、 $\textcircled{1}$ の解は、

$$-\sqrt{\beta}, -\sqrt{\alpha}, \sqrt{\alpha}, \sqrt{\beta}$$

で、この順に等差数列をなすことから、公差について、

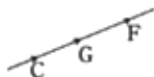
§ 12 | ベクトル

137.

解法メモ

異なる3点C, G, Fについて,

C, G, Fが一直線上にある $\iff \overrightarrow{CF} = \text{○} \overrightarrow{CG}$ と書ける.



【解答】

(1) 三角形ABCの内接円の中心をIとする.

ここで, $FB=BD$, $DC=CE$, $EA=AF$
で, この長さを順に, x, y, z とすると,
辺の長さの条件から,

$$x+y=5, \quad y+z=6, \quad z+x=7.$$

これを解いて, $(x, y, z) = (3, 2, 4)$.

よって, $BD:DC=3:2$.

したがって,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} &= \frac{2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}}{3+2} \\ &= \frac{2}{5}\vec{p} + \frac{3}{5}\vec{q}. \end{aligned}$$

(2) Gは直線AD上にあるから, (1)の結果を用いて,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AG} &= k\overrightarrow{AD} \\ &= \frac{2}{5}k\vec{p} + \frac{3}{5}k\vec{q} \quad (k \text{は実数}) \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

と表せる.

