



## はじめに



現行の「大学入試センター試験」の後継として2020年度から始まる「大学入学共通テスト」（以下「共通テスト」）ではこれまで以上に「思考力・判断力・表現力」を重視するという立場が打ち出されています。また各大学の個別試験についても文部科学省から「思考力・判断力・表現力」を重視した出題に切り換えるよう要請されています。世間一般では、あたかも「思考力・判断力・表現力」という確立した概念があってそれに基づいて入試が変わるような流れに見えますが、思考力という単語から個人が受ける印象は十人十色、千差万別であり、「数学の問題を解く際に必要な思考力」についても共通認識を得ることは困難です。そのため「共通テスト」に向けて、何を、どのように対策すればよいのか、受験生の不安はつきません。

そこで、「数学の問題を解く際に必要な思考力・判断力・表現力」について河合塾独自のガイドラインを作成し、それに基づいて「どのような問題で」「どのような思考力を」「どのように測っているのか」を既存の入試問題を中心に読者に提示する問題集を作成しました。

本書では、河合塾数学科の考える「思考力・判断力・表現力」をまとめ（4ページ「思考力の分析」参照）、これに基づいて過去の入試問題を分析し、その中から思考力を養うために経験しておきたい問題を収集し解答・解説をつけました。また2017（平成29）年11月の試行調査の問題を参考にして「共通テスト型問題」を作成しました。試行調査と同じ形式で河合塾が作成した問題が中心です。さらに、これまで文部科学省から発表された問題には「数学の活用力」を問う内容が多く含まれています。このような問題は1955（昭和30）年頃の入試科目「一般数学」に類似問題が見られるので、「一般数学」の問題もいくつか掲載しました。

本書は「共通テスト」の予想問題集ではありません。十分な時間を確保し本書で扱う問題と真剣に向き合って自分の頭で徹底的に考えてください。

本書で獲得した力は近い将来必ず自分の財産になります。

## 思考力の分析

問題を解くプロセスに従って思考力を分析し、これに基づいて「思考力」という言葉を使用していきます。

「思考力・判断力・表現力」の前提として数学問題解決に必要な「知識・技能」をまとめます。

知識 (Knowledge) … 定義、定理・公式の(体系的な)知識。具体的には教科書で扱われている内容について用語の意味を理解していることを指します。

技能 (Skill) … 単純な計算力、公式運用力、つまり、定理・公式を問題解決に向けて用いる力のことです。

※本書では「思考力・判断力・表現力」を「思考力」と呼ぶことにします。

### 1. 本書で用いる「思考力」

- (a) 読解力 … 問題文を正しく読み取り、与えられた条件・情報及び要求されている内容・設定を理解したり、言い換えたりする力
- (b) 状況分析力 … 状況を正しく整理・分析する力
- (c) 構造理解力 … 具体例を調べるなどして(思考実験により)抽象から具体へまたは具体から抽象へ行き来しながら問題の本質へ迫る力、本質を理解する力

例えば

- ・与えられた条件から数列の一般項を推定する力
- ・整数の余りの周期性を把握する力

※(a)、(b)、(c)の力は厳密に3つに分けられるものではなく、重なり合い問題解決に向かって相互に働く力です。

(a)→(b)→(c)の順にこれらの力を適用することにより問題の本質に近づく事ができます。

- (d) 構想力 … 問題解決に向けて解答の方針を見いだす力。また、見通しを立て解決への道筋がより具体的に見える形に問題を捉える力(文部科学省の言葉で言うと“焦点化”)

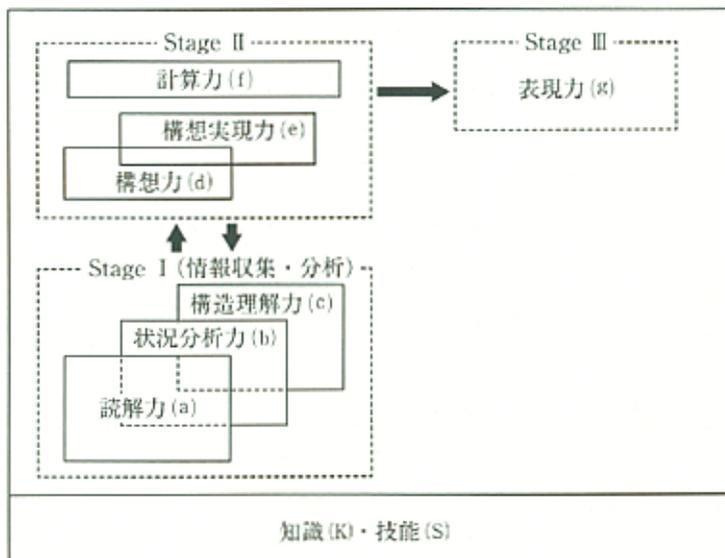
例えば、

- ・ 経験のない新しい問題（初見の問題）に対して解答（の方針）を見出す力
- ・ 過去の経験からアナロジーを利用できる力
- ・ 誘導を理解してそれを利用する力（他人の考えを理解しそれを受け入れる柔軟性）
- ・ ヒントを正しく理解してそれを適用する力（臨機応変に対応する力）

などがある。

- (e) 構想実現力 … 目標を定式化して問題解決に向けた考察を推し進める力、式、図形、グラフなどを利用して数学的に正しい手順で考察を進める力、適切に「場合分けする」力なども含む
- (f) 計算力 … 複雑な計算を最後までやり抜く力、先を読みながら効率よく計算する力など
- (g) 表現力 … 自分の思考過程を起承転結のある文章で他人に伝える力

## 2. 数学の問題解決にむけての「思考力」のイメージ



## 本書の特徴と使い方

本書の構成は次の通りです。

第1章 思考力の基礎 … 数学の問題を解くには複数の思考力を組み合わせて考えていきますが、このとき用いられる力を可能な限り細かく分け、問題解決の要になっている思考力に焦点が当たるような問題をまとめてあります。この章を「思考力のウォーミングアップ」に利用してください。

第2章 入試問題に対する思考力の分析とその整理 … 数学の問題を解く際用いられる力を客観的に分析し、どのように考えればよいかを詳しく説明してあります。自分が既に獲得している力、欠けている力等を認識し、整理整頓し、さらに伸ばすにはどうしたらよいかヒントを与えます。

第3章 共通テスト型問題 … 平成29年の試行調査と同形式で作成した思考力錬成問題です。「共通テスト」では（当面）出題範囲を数学Ⅰに限定していますが本書では数学Ⅰ・A・Ⅱ・Bまで扱い、問題ごとに出版範囲を記載しています。「共通テスト」の予想問題と捉えるのではなく、**思考力を鍛える問題として活用してください。**

第4章 数学の活用力を鍛える問題 … 思考力よりも「活用力」が必要な問題を収集し、解答を作成しました。実生活の問題に対して数学のモデルをつくり解決していくプロセスを体験してください。

第5章 思考力を鍛える発展問題 … 思考力を鍛える難易度の高い問題を、分野・難易度を含め多岐にわたって収集し、解答を作成しました。公式の適用方法・定型問題の解法に終始する問題集では体験できない問題に挑戦してください。

「思考力」を鍛えるには「**自分で考える時間を十分確保する**」ことが大切です！

わからないからといってすぐに解答を見るのではなく、何度も繰り返し考えてください。

# もくじ

<b>第1章 思考力の基礎</b> .....	11
例題1・1 条件の読解力(2次関数) .....	12
例題1・2 読解力・状況分析 (場合の数と論理) .....	16
例題1・3 状況分析(三角比) .....	18
例題1・4 空間図形の把握 .....	20
例題1・5 仮定と演繹(論理的に考察 する) .....	22
例題1・6 構想力(不等式の証明) ..	24
例題1・7 構想力(図形の論証) .....	26
例題1・8 デイリクレの部屋割り論 法・鳩の巣原理 .....	28
例題1・9 対応関係を考える .....	30
例題1・10 条件の視覚化(グラフの 利用) .....	32
例題1・11 場合分け(数字の個数を 数える) .....	34
<b>第2章 入試問題に対する思考力の分析とその整理</b> .....	37
例題2・1 変数の見方(2次方程式) .....	38
例題2・2 2次関数の図形への応用 ..	42
例題2・3 空間図形の把握能力 .....	44
例題2・4 操作の構造理解 .....	46
例題2・5 説明の道具立て(I) .....	50
例題2・6 説明の道具立て(II) .....	52
例題2・7 論理的に思考・試行する .....	54
例題2・8 思考実験から帰納法 .....	58
例題2・9 類似の利用(チェビシエフ の不等式) .....	60
例題2・10 鳩の巣原理 .....	62
<b>第3章 共通テスト型問題</b> .....	65
第1問 1次不等式と2次不等式 (数学I) .....	66
第2問 2次関数の応用 市場原理(数学I) .....	68
第3問 2次関数の応用 三角形の面積(数学I) .....	70
第4問 2次関数の応用 変数変換(数学I) .....	71
第5問 余弦定理(数学I) .....	74
第6問 三角比と空間図形(数学I) ..	76
第7問 2次関数と三角比の融合 (数学I) .....	79
第8問 三角比と空間図形(数学I) ..	81
第9問 整数の性質(数学A) .....	82
第10問 場合の数(数学A) .....	84
第11問 確率(数学A) .....	88
第12問 罹患確率の計算(数学A) ..	90

第13問	整数の合同式(数学A) ……92	第22問	直線の通過領域(変数の見方) (数学II) ……………117
第14問	整数の合同式 (数学A, II, B) ……………94	第23問	3次関数のグラフの対称性 (数学II) ……………122
第15問	因数定理(数学II, B) ……99	第24問	微分法への応用(数学II) ……125
第16問	対称式と因数定理(数学II) ……………102	第25問	3次関数の最大値(数学II) ……………128
第17問	相加平均・相乗平均 (数学II) ……………104	第26問	漸化式の応用 複利計算 (数学B) ……………130
第18問	三角関数の応用(数学II) ……107	第27問	数列と需要曲線・供給曲線 (数学B) ……………132
第19問	無理関数の和の最小値 (数学II) ……………110	第28問	数列の周期(数学B) ……135
第20問	線形計画法(数学II) ……112		
第21問	不等式と領域(数学II) ……114		
<b>第4章</b>	<b>数学の活用力を鍛える問題</b> ……………137		
問題4・1	1次関数と2次関数: 価格と売り上げ ……138	問題4・4	3次関数:価格と売り上げ ……………142
問題4・2	手形割引 ……………139	問題4・5	ジニ係数 ……………144
問題4・3	データの分析:代表値の 特徴づけ ……………140	問題4・6	地震のエネルギー ……145
		問題4・7	複利計算 ……………146
<b>第5章</b>	<b>思考力を鍛える発展問題</b> ……………149		
問題5・1	確率の余事象 ……………150	問題5・7	構造を理解し適切な道具 で論証する ……………156
問題5・2	方針のたて方・道具の使 い方 ……………151	問題5・8	説明のために関数を設定 する ……………157
問題5・3	等積条件 ……………152	問題5・9	状況を関数化する ……158
問題5・4	空間図形への三角比の応用 ……………153	問題5・10	不変量であることの証明 の着眼点 ……………159
問題5・5	状況分析・数え上げの構造 ……………154	問題5・11	状況分析&構想力 ……160
問題5・6	実験・観察から方針を定 める ……………155	問題5・12	帰納法&背理法 ……161