2027
共通テスト
直前対策問題集

第1回

数学Ⅰ，数学A

100点／70分

第１問 （配点　30）

〔１〕 c を定数として，x の４次式 $P = x^4 - 3cx^2 + 11c - 21$ を考えよう。

（1） $c = 1$ とする。

$X = x^2$ とおくと $P = \left(X + \boxed{\text{ア}}\right)\left(X - \boxed{\text{イ}}\right)$ となるので，P は

$$P = \left(x^2 + \boxed{\text{ア}}\right)\left(x^2 - \boxed{\text{イ}}\right)$$

と因数分解できる。

（数学Ⅰ，数学Ａ 第１問 は次ページに続く。）

(2)　$c=2$ とする。

$$P=x^4-\boxed{\text{ウ}}x^2+\boxed{\text{エ}}$$

であり，$X=x^2$ とおいても，整数 m，n を用いて $P=(X+m)(X+n)$ の形になることはない。しかし，

$$P+4x^2=\left(x^2-\boxed{\text{オ}}\right)^2$$

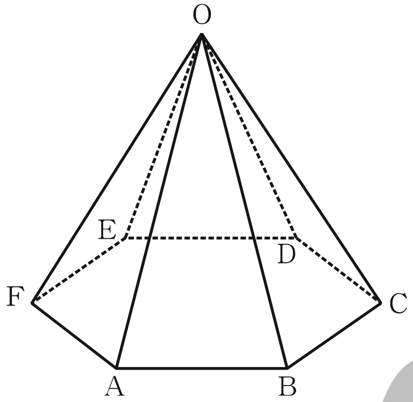
であるから，公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を用いることによって，P は次のように因数分解できる。

$$P=\left(x^2+\boxed{\text{カ}}x-\boxed{\text{キ}}\right)\left(x^2-\boxed{\text{ク}}x-\boxed{\text{ケ}}\right)$$

$\alpha=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ のとき，$\alpha^2-1=\boxed{\text{コ}}\alpha$ となるから，$x=\alpha$ のときの P の値は α^2 の $\boxed{\text{サ}}$ 倍である。

（**数学Ⅰ，数学A 第１問** は次ページに続く。）

〔２〕 底面が１辺の長さ１の正六角形である正六角錐 O－ABCDEF があり，OA＝OB＝OC＝OD＝OE＝OF＝2 が成り立っている。点 A から辺 OB に垂線を下ろし，辺 OB との交点を H とするとき，$\cos\angle\mathrm{AHC}$ の値を求めよう。



(1) $\cos\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ であるから，$\sin\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{\sqrt{\boxed{セソ}}}{\boxed{タ}}$ である。

(2) 線分 AH の長さを求めるために，次の二つの方針を考えた。

方針１

$\sin\angle\mathrm{AOB}=\boxed{チ}$ であることを用いる。

$\boxed{チ}$ の解答群

⓪ $\dfrac{\mathrm{BH}}{\mathrm{AH}}$ ① $\dfrac{\mathrm{OA}}{\mathrm{AH}}$ ② $\dfrac{\mathrm{OH}}{\mathrm{AH}}$ ③ $\dfrac{\mathrm{AH}}{\mathrm{BH}}$ ④ $\dfrac{\mathrm{AH}}{\mathrm{OA}}$ ⑤ $\dfrac{\mathrm{AH}}{\mathrm{OH}}$

（**数学Ⅰ，数学A 第１問 は次ページに続く。**）

方針２

$\triangle$OAB の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であり，$\triangle$OAB で辺 OB を底辺とみたときの高さが AH であることを用いる。

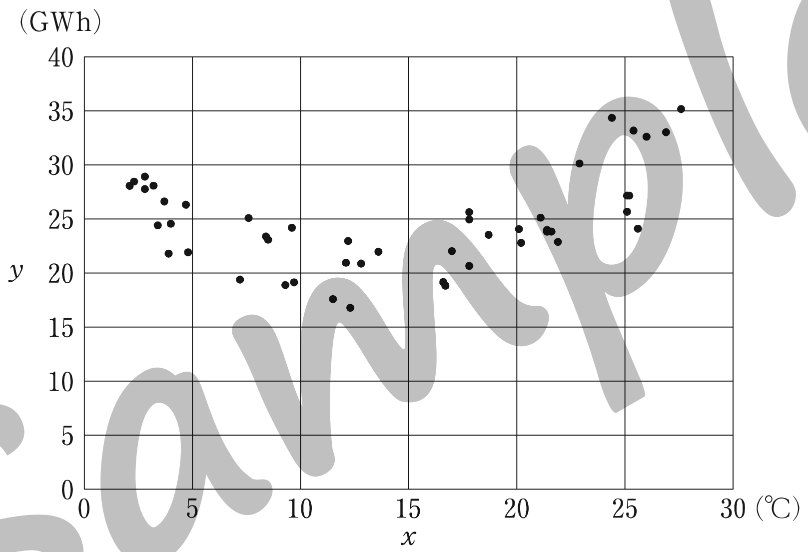
方針１または**方針２**により，$\mathrm{AH}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ であることがわかる。

(3)　$\mathrm{AC}=\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ であるから，$\cos\angle\mathrm{AHC}=\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

第２問　（配点　30）

〔1〕　花子さんは，ある都市の 2012 年 4 月から 2016 年 3 月までの各月の平均気温と，電力消費量の関係のデータを手に入れた。そして，花子さんはそのデータを表計算ソフトに入力し，散布図を作って，数学の先生のところに持っていくことにした。以下はその散布図である。ただし，x 軸は平均気温(℃)，y 軸は電力消費量(GWh) である。

（注）　GWh (ギガワット時)はエネルギー，電力量の単位である。



平均気温と電力消費量の散布図

（数学Ⅰ，数学A 第２問 は次ページに続く。）

(1)　x と y の関係を求めるにはどうしたらよいか考えよう。

花子：このデータなんですが，x と y の相関係数は 0.31 でした。でも，x と y の間には何か強い関係があるように見えるんです。

先生：そうですね。散布図上の点はある曲線に沿って分布しているように見えますね。

花子：y は x の２次関数のような気がします。

先生：では，調べてみましょう。x と y が $y=ax^2+bx+c$ の関係を満たすとき，$z=\dfrac{y-c}{x}$ とおくと，x と z の間にはどんな関係式があるでしょうか。

花子：(a)<u>z は x の１次関数になりますね</u>。ということは，x と z の散布図をかくと，点が直線上に並ぶということですね。ところで，c の値はどう求めたらいいですか。

先生：散布図のデータを用いて c の値を求めるのは少し難しい計算をしなければならないのですが，ここでは $c=31$ としてみてください。

下線部(a)に関連して，$y=ax^2+bx+c$ において，$x \neq 0$ であるとき $z=\dfrac{y-c}{x}$ とおくと

$$z=\boxed{\text{ア}}\,x+\boxed{\text{イ}}$$

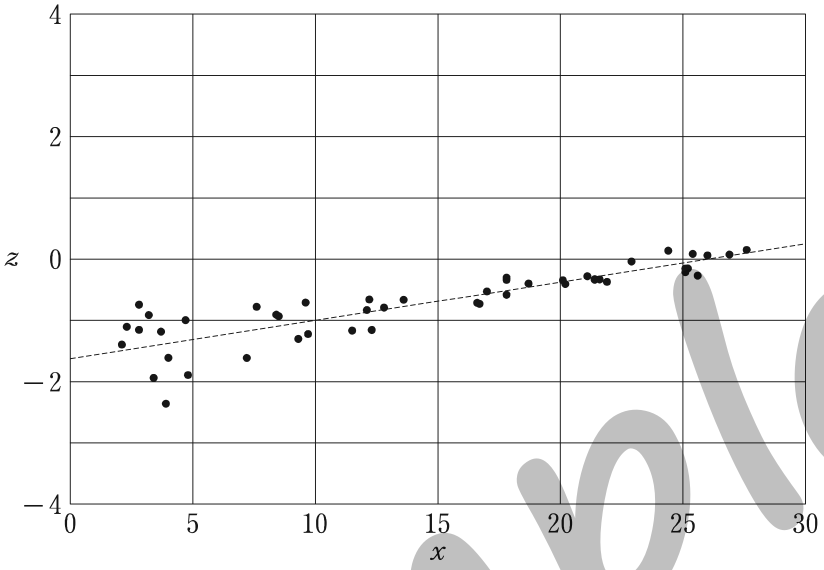
が成り立つ。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　0	①　1	②　-1	③　a	④　b
⑤　c	⑥　$-a$	⑦　$-b$	⑧　$-c$	

（**数学Ⅰ，数学Ａ 第２問** は次ページに続く。）

(2) 花子さんは先生から言われたように散布図を作った。x と y の関係を考えてみよう。



先生：破線で示したような右上がりの直線に沿って分布していますね。

花子：相関係数も 0.87 ということで，かなり強い正の相関があることがわかります。

先生：では，(b)<u>この直線の方程式を求めて</u>，さらに y を x の 2 次関数で表しましょう。

(数学 I，数学 A 第 2 問 は次ページに続く。)

(i)　下線部(b)に関連して，xz 平面で点 $(10,\ -1)$ および点 $(26,\ 0)$ を通る直線の方程式は

$$z=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}x-\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(ii)　x と z は(i)の関係式を満たしているとする。このことより x と y の関係式を求めることができる。

平均気温が $\boxed{\text{ケコ}}$ ℃のときに電力消費量が最小になる。また，電力消費量が 22GWh 以下となるのは，平均気温が $\boxed{\text{サ}}$ ℃以上 $\boxed{\text{シス}}$ ℃以下のときである。

（数学Ⅰ，数学A 第2問 は次ページに続く。）

〔２〕

(1)　図１は，47 都道府県の年平均気温(単位：℃)と降雪日数(単位：日)の散布図であり，図２は，47 都道府県の年間日照時間(単位：時間)と降雪日数(単位：日)の散布図である。

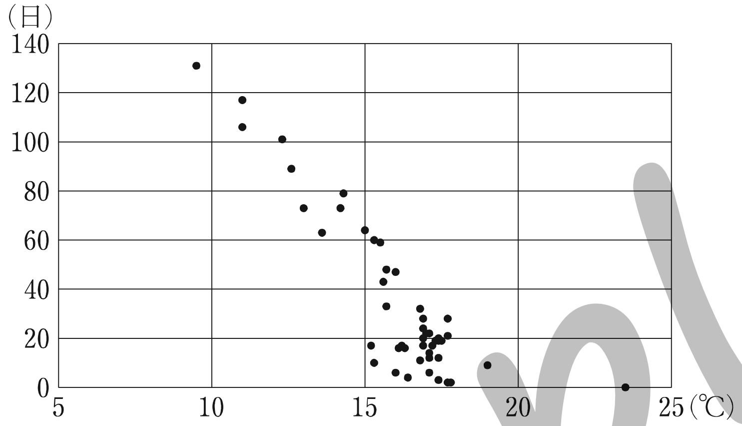


図１　年平均気温と降雪日数の散布図

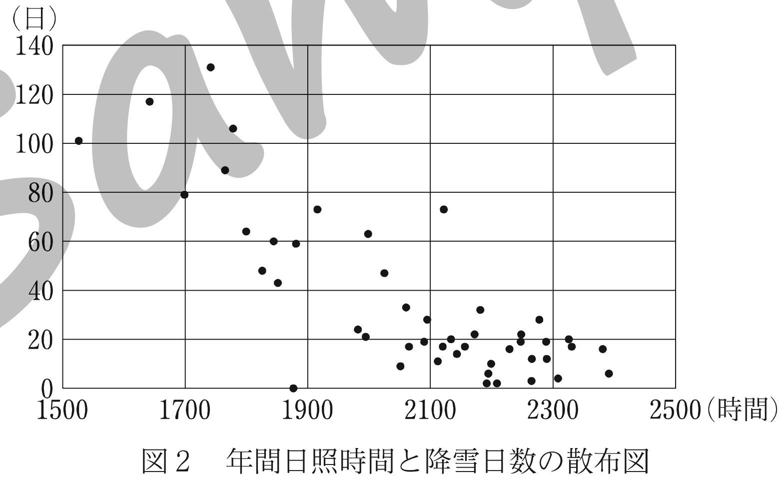


図２　年間日照時間と降雪日数の散布図

(数学Ⅰ，数学Ａ 第２問 は次ページに続く。)

次の⓪～⑥のうち，図 1 と図 2 から読み取れることとして**正しくないもの**は

セ，**ソ**，**タ** である。

セ ～ タ の解答群（解答の順序は問わない。）

⓪　降雪日数の中央値は 30 日より小さい。

①　年平均気温の範囲は 15℃より小さい。

②　年間日照時間の第 1 四分位数は 1900 時間より小さい。

③　年平均気温と降雪日数には正の相関がある。

④　年平均気温が最も低い都道府県は，降雪日数が最大である。

⑤　年平均気温が最も高い都道府県は，年間日照時間も最大である。

⑥　年間日照時間が 2100 時間以上の都道府県は，すべて降雪日数が 40 日より小さい。

年平均気温と降雪日数の相関係数は **チ** である。

チ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

⓪　-1.29	①　-0.87	②　-0.42	③　-0.09
④　0.09	⑤　0.42	⑥　0.87	⑦　1.29

（数学Ⅰ，数学Ａ 第 2 問 は次ページに続く。）

⑵　図 3 は，47 都道府県の降雪日数のヒストグラムである。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

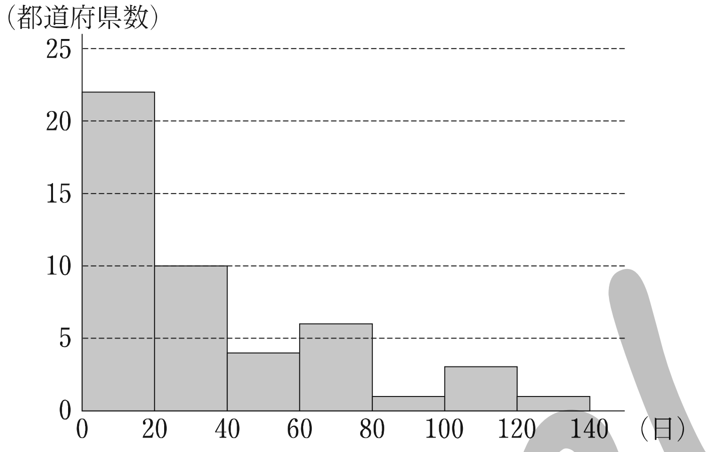


図 3　降雪日数のヒストグラム

このヒストグラムに関して，各階級に含まれるデータの値がすべてその階級値に等しいと仮定する。このとき，降雪日数の平均値および分散を求めよう。

そのために，47 都道府県の降雪日数を変量 x とし，新しい変量 X を $X = \dfrac{x-10}{20}$ と定義する。すると，たとえば降雪日数が 100 日以上 120 日未満の階級に属する 3 都道府県の変量 X の値はすべて $\boxed{\text{ツ}}$ である。

したがって，変量 X の平均値は $\boxed{\text{テ}}$ であり，変量 x の平均値は $\boxed{\text{ト}}$ 日であることがわかる。

$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪　0.80	①　1.30	②　1.80	③　2.30
④　26.0	⑤　36.0	⑥　46.0	⑦　56.0

(数学Ⅰ，数学A 第 2 問 は次ページに続く。)

分散については，以下の事実を用いる。

変量 x が x_1，x_2，…，x_N の N 個の値からなるとき，x の平均値を m とすると，x の分散 s^2 は

$$s^2=\frac{1}{N}\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_N-m)^2\}$$

と求めることができる。さらに，$m=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_N}{N}$ であることに注意すると，s^2 は

$$s^2=\frac{1}{N}\left\{({x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+{x_N}^2)-2m\times\boxed{ナ}+m^2\times\boxed{ニ}\right\}$$

$$=\frac{1}{N}({x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+{x_N}^2)-\boxed{ヌ}$$

である。

変量 x の分散は $\boxed{ネ}$ である。

$\boxed{ナ}$ ～ $\boxed{ヌ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ N	① N^2	② m	③ mN	④ $2mN$
⑤ mN^2	⑥ m^2	⑦ m^2N	⑧ $2m^2N$	⑨ $3m^2N$

$\boxed{ネ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 972	① 1011	② 1084
③ 1521	④ 2024	⑤ 2381

(数学Ⅰ，数学A 第２問 は次ページに続く。)

〔3〕 太郎さんはさいころを1個自分で作ってみた。このさいころをGとする。さいころGを30回振ったところ，1の目が9回出た。さいころGは，1の目が出やすいといえるかどうかを，次の**方針**で考えてみよう。

方針

- 「さいころGが正しく作られている(各目が出る確率は $\frac{1}{6}$ である)」という仮説を立てる。
- この仮説のもとで，正しく作られたさいころを振って30回中9回以上1の目が出る確率を計算し，その確率が5%未満であればその仮説は誤っていると判断し，5%以上であればその仮説は誤っているとは判断しない。

次の**実験結果**は，正しく作られた1個のさいころを30回振る実験を1セットとし，これを1000セット行ったとき，1の目が出た回数ごとのセット数を示したものである。

実験結果

1の目が出た回数(30回中)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13以上
セット数(1000セット中)	5	27	77	145	168	187	164	106	65	39	10	6	1	0

(**数学Ⅰ，数学A 第2問 は次ページに続く。**)

実験結果を用いると，30回のうち，1の目が9回以上出たセットの割合は $\boxed{ノ}$.$\boxed{ハ}$ %であるから，仮説のもとでは，さいころGを30回振ったとき，9回以上1の目が出る確率は $\boxed{ノ}$.$\boxed{ハ}$ %であると考えられる。

したがって，**方針**に従うと，「さいころGは正しく作られている」という仮説は $\boxed{ヒ}$，さいころGは1の目が $\boxed{フ}$。

$\boxed{ヒ}$ の解答群

⓪ 誤っていると判断され	① 誤っているとは判断されず

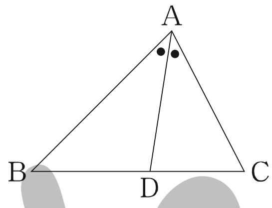
$\boxed{フ}$ の解答群

⓪ 出やすいといえる	① 出やすいとはいえない

第３問 （配点　20）

(1)　次の定理を証明しよう。

> **定理**　△ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とすると，点 D は辺 BC を BA : AC に内分する。すなわち
>
> $$\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=\mathrm{BA}:\mathrm{AC}$$
>
> が成り立つ。



点 C を通り，直線 AD に平行な直線と直線 AB の交点を E とする。AD // EC より，同位角が等しいから

$$\angle\mathrm{BAD}=\boxed{\text{ア}}$$

であり，錯角が等しいから

$$\angle\mathrm{CAD}=\boxed{\text{イ}}$$

である。∠BAD = ∠CAD より，$\boxed{\text{ア}}=\boxed{\text{イ}}$ であるから

$$\mathrm{AC}=\boxed{\text{ウ}}$$

である。

また，AD // EC より

$$\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=\mathrm{BA}:\boxed{\text{エ}}$$

が成り立つ。

以上より

$$\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=\mathrm{BA}:\mathrm{AC}$$

が成り立つ。

（数学Ⅰ，数学A 第３問 は次ページに続く。）

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。

⓪　$\angle$ABD	①　$\angle$ACD	②　$\angle$ACE
③　$\angle$ADB	④　$\angle$ADC	⑤　$\angle$AEC

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

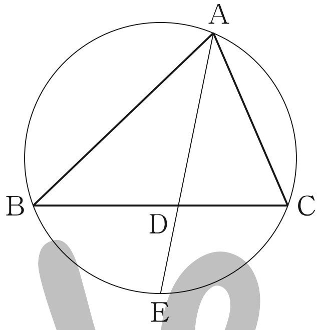
⓪　AB	①　AD	②　AE
③　BD	④　CD	⑤　CE

(数学Ⅰ，数学A 第３問 は次ページに続く。)

(2)　△ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とし，直線 AD と △ABC の外接円との交点のうち，A と異なる点を E とする。

$$\mathrm{AB}=a,\quad \mathrm{AC}=b,\quad \mathrm{BD}=c,\quad \mathrm{CD}=d$$

とするとき，AD を a，b，c，d を用いて表そう。



　方べきの定理により

$$\mathrm{AD}\cdot\mathrm{DE}=\boxed{\text{オ}}\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

が成り立つ。また，△ABD と $\boxed{\text{カ}}$ は相似であるから

$$\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AE}=\boxed{\text{キ}}\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

が成り立つ。

　② から ① の辺々を引くことにより，AD＝$\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ ab	① ac	② ad	③ bc	④ bd	⑤ cd

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ △AEB	① △AEC	② △ADC	③ △CBE

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ $ab-cd$	① $\sqrt{ab-cd}$	② $ad-bc$	③ $\sqrt{ad-bc}$

(数学Ⅰ，数学A 第3問 は次ページに続く。)

(3)　AB＝6，BC＝7，CA＝8 である △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とすると，BD＝ $\boxed{\text{ケ}}$，CD＝ $\boxed{\text{コ}}$ であるから，AD＝ $\boxed{\text{サ}}$ である。

第４問 （配点　20）

A，B，C，D の 4 人がいる。さらに，「A」と書かれた球が 2 個，「B」と書かれた球が 2 個，「C」と書かれた球が 1 個，「D」と書かれた球が 1 個ある。「A」，「B」，「C」，「D」と書かれた球の持ち主はそれぞれ A，B，C，D である。

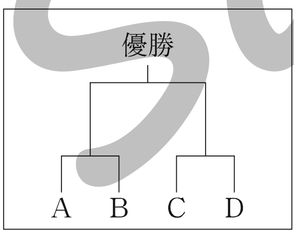
この 4 人が 2 人ずつ対戦を行う。対戦では，2 人が持つ球だけを全部合わせて一つの袋に入れ，袋から 1 個の球を取り出して出た球の持ち主を勝者とする。1 回対戦が終わるごとに，すべての球を持ち主に返す。

A と B が対戦するとき，袋には「A」と書かれた球 2 個と「B」と書かれた球 2 個の計 4 個の球が入るので，A が勝つ確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

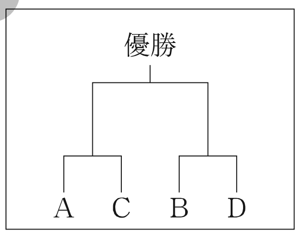
また，A と C が対戦するとき，A が勝つ確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

4 人はトーナメント戦（勝ち抜き戦）を行うことにした。このとき，対戦の組合せは次の 3 種類とする。

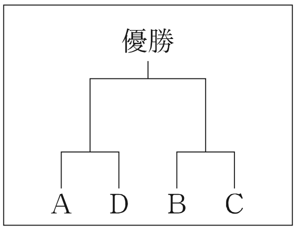
組合せⅠ



組合せⅡ



組合せⅢ



なお，組合せ表の下の段の 2 試合を「一回戦」，上の段の試合を「決勝戦」と呼び，決勝戦で勝つことを「優勝する」という。

（**数学Ⅰ，数学Ａ 第４問 は次ページに続く。**）

⑴　対戦を**組合せⅠ**で行うとする。

一回戦でＡとＣが勝ち，Ａが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。したがって，Ａが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

⑵　対戦を**組合せⅡ**で行うとすると，Ａが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

⑶　**組合せⅠ**，**組合せⅡ**，**組合せⅢ**から無作為に選んで対戦を行うとする。

Ａが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。また，Ａが優勝したとき，対戦が**組合せⅠ**で行われている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

⑷　**組合せⅠ**，**組合せⅡ**，**組合せⅢ**から無作為に選んで対戦を行い，Ａが優勝するとＡに６点が与えられ，Ａが決勝戦で負けるとＡに２点が与えられ，Ａが一回戦で負けると点が与えられないとする。Ａが獲得する点数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{トナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

MEMO

2027
共通テスト
直前対策問題集

第１回

数学 I，数学 A

第１回 数学Ⅰ，数学A チェックシート・第１面

1

	解答欄	配点
ア	2	1
イ	5	
ウ	6	1
エ	1	
オ	1	1
カ	2	2
キ	1	
ク	2	
ケ	1	
コ	3	2
サ	5	3
シ	7	3
ス	8	
セ	1	2
ソ	5	
タ	8	
チ	4	2
ツ	1	3
テ	5	
ト	4	
ナ	1	3
ニ	5	
ヌ	4	
ネ	3	3
ノ	−	4
ハ	3	
ヒ	5	
フ		
ヘ		
ホ		

2

	解答欄	配点
ア	3	2
イ	4	
ウ	1	3
エ	1	
オ	6	
カ	1	
キ	3	
ク	8	
ケ	1	2
コ	3	
サ	8	3
シ	1	
ス	8	
セ	3, 5, 6	3
ソ	3, 5, 6 （順不同）	
タ	3, 5, 6	
チ	1	2
ツ	5	1
テ	1	2
ト	5	2
ナ	3	1
ニ	0	1
ヌ	6	1
ネ	2	3
ノ	5	2
ハ	6	
ヒ	1	2
フ	1	
ヘ		
ホ		

3

	解答欄	配点
ア	5	1
イ	2	1
ウ	2	2
エ	2	1
オ	5	2
カ	1	3
キ	0	2
ク	1	3
ケ	3	2
コ	4	
サ	6	3
シ		
ス		
セ		
ソ		
タ		
チ		
ツ		
テ		
ト		
ナ		
ニ		
ヌ		
ネ		
ノ		
ハ		
ヒ		
フ		
ヘ		
ホ		

第１回 数学Ⅰ，数学A チェックシート・第２面

4	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	配点
ア			●									2
イ				●								
ウ				●								2
エ					●							
オ			●									3
カ								●				
キ			●									3
ク					●							
ケ			●									2
コ		●										
サ				●								
シ									●			
ス				●								2
セ											●	
ソ										●		
タ			●									
チ											●	3
ツ				●								
テ											●	
ト				●								3
ナ			●									
ニ							●					
ヌ										●		
ネ			●									
ノ												
ハ												
ヒ												
フ												
ヘ												
ホ												

【解答・採点基準】

（70分　100点満点）

問題番号(配点)	解答記号	正　解	配点	自己採点
第 1 問 (30)	$(X+\text{ア})(X-\text{イ})$	$(X+2)(X-5)$	1	
	$x^4-\text{ウ}x^2+\text{エ}$	x^4-6x^2+1	1	
	$x^2-\text{オ}$	x^2-1	1	
	カ，キ，ク，ケ	2，1，2，1	2	
	コα	3α	2	
	サ	5	3	
	$\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$	$\frac{7}{8}$	3	
	$\frac{\sqrt{\text{セソ}}}{\text{タ}}$	$\frac{\sqrt{15}}{8}$	2	
	チ	④	2	
	$\frac{\sqrt{\text{ツテ}}}{\text{ト}}$	$\frac{\sqrt{15}}{4}$	3	
	$\frac{\sqrt{\text{ナニ}}}{\text{ヌ}}$	$\frac{\sqrt{15}}{4}$	3	
	$\sqrt{\text{ネ}}$	$\sqrt{3}$	3	
	$\frac{\text{ノハ}}{\text{ヒ}}$	$\frac{-3}{5}$	4	
		第 1 問　自己採点小計		
第 2 問 (30)	ア，イ	③，④	2	
	$\frac{\text{ウ}}{\text{エオ}}x-\frac{\text{カキ}}{\text{ク}}$	$\frac{1}{16}x-\frac{13}{8}$	3	
	ケコ	13	2	
	サ，シス	8，18	3	
	セ，ソ，タ	③，⑤，⑥（順不同）	3	
	チ	①	2	
	ツ	5	1	
	テ	①	2	
	ト	⑤	2	
	ナ	③	1	
	ニ	⓪	1	
	ヌ	⑥	1	
	ネ	②	3	
	ノ.ハ	5.6	2	
	ヒ，フ	①，①	2	
		第 2 問　自己採点小計		

問題番号(配点)	解答記号	正　解	配点	自己採点
第 3 問 (20)	ア	⑤	1	
	イ	②	1	
	ウ	②	2	
	エ	②	1	
	オ	⑤	2	
	カ	①	3	
	キ	⓪	2	
	ク	①	3	
	ケ，コ	3，4	2	
	サ	6	3	
		第 3 問　自己採点小計		
第 4 問 (20)	$\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$	$\frac{1}{2}$	2	
	$\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$	$\frac{2}{3}$	2	
	$\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$	$\frac{1}{6}$	3	
	$\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$	$\frac{1}{3}$	3	
	$\frac{\text{ケコ}}{\text{サシ}}$	$\frac{10}{27}$	2	
	$\frac{\text{スセ}}{\text{ソタ}}$	$\frac{29}{81}$	2	
	$\frac{\text{チ}}{\text{ツテ}}$	$\frac{9}{29}$	3	
	$\frac{\text{トナニ}}{\text{ヌネ}}$	$\frac{215}{81}$	3	
		第 4 問　自己採点小計		
		自己採点合計		

第１問　数と式，図形と計量　（配点　30）

〔1〕

$$P=x^4-3cx^2+11c-21.$$

(1)　$c=1$ のとき，

$$P=x^4-3x^2-10$$

であるから，$X=x^2$ とおくと

$$\begin{aligned}P&=X^2-3X-10\\&=\left(X+\boxed{2}\right)\left(X-\boxed{5}\right)\end{aligned}$$

であるから，P は

$$P=(x^2+2)(x^2-5)$$

と因数分解できる．

(2)　$c=2$ のとき，

$$P=x^4-\boxed{6}\,x^2+\boxed{1}$$

であり，$X=x^2$ とおいても，X の整式として，整数係数で因数分解することはできない．

← $P=X^2-6X+1$ は $P=(X+m)(X+n)$（m，n は整数）の形に表せない．

しかし，

$$P+4x^2=x^4-2x^2+1=\left(x^2-\boxed{1}\right)^2$$

であるから，P は

$$\begin{aligned}P&=(x^2-1)^2-4x^2\\&=\{(x^2-1)+2x\}\{(x^2-1)-2x\}\\&=\left(x^2+\boxed{2}\,x-\boxed{1}\right)\left(x^2-\boxed{2}\,x-\boxed{1}\right)\end{aligned}$$

と因数分解できる．

$\alpha=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ のとき，$2\alpha-3=\sqrt{13}$ であるから，

$$(2\alpha-3)^2=(\sqrt{13})^2\quad\text{すなわち}\quad 4\alpha^2-12\alpha-4=0$$

となり，

$$\alpha^2-1=\boxed{3}\,\alpha$$

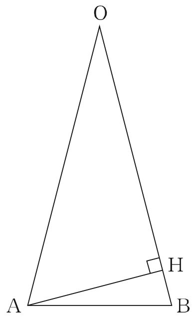
であることがわかる．

← α^2-1 と α の比を直接計算してもよい．

したがって，$x=\alpha$ のとき，

$$\begin{aligned}P&=\{(\alpha^2-1)+2\alpha\}\{(\alpha^2-1)-2\alpha\}\\&=(3\alpha+2\alpha)(3\alpha-2\alpha)\\&=\boxed{5}\,\alpha^2.\end{aligned}$$

〔２〕



(1)　OA＝OB＝2，AB＝1 であるから，余弦定理より

$$\cos\angle\mathrm{AOB}=\frac{2^2+2^2-1^2}{2\cdot2\cdot2}=\frac{\boxed{7}}{\boxed{8}}$$

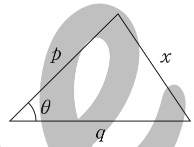
であり，$\sin\angle\mathrm{AOB}>0$ であるから，

$$\sin\angle\mathrm{AOB}=\sqrt{1-\cos^2\angle\mathrm{AOB}}$$
$$=\sqrt{1-\left(\frac{7}{8}\right)^2}$$
$$=\frac{\sqrt{\boxed{15}}}{\boxed{8}}.$$

← **余弦定理**

下図の三角形において，

$$\cos\theta=\frac{p^2+q^2-x^2}{2pq}.$$



← $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1.$

(2)　**方針１**について

三角比の定義により，

$$\sin\angle\mathrm{AOB}=\frac{\mathrm{AH}}{\mathrm{OA}}$$

であるから，

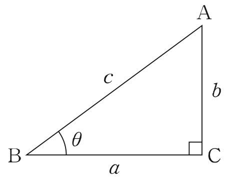
$$\mathrm{AH}=\mathrm{OA}\sin\angle\mathrm{AOB}=2\cdot\frac{\sqrt{15}}{8}=\frac{\sqrt{15}}{4}.$$

よって $\boxed{チ}$ には $\boxed{④}$ が当てはまる．

← **三角比の定義**

下図の直角三角形 ABC において，

$$\sin\theta=\frac{b}{c},\quad \cos\theta=\frac{a}{c}.$$



方針２について

△OAB の面積は

$$\triangle\mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{OA}\cdot\mathrm{OB}\cdot\sin\angle\mathrm{AOB}$$
$$=\frac{1}{2}\cdot2\cdot2\cdot\frac{\sqrt{15}}{8}$$
$$=\frac{\sqrt{\boxed{15}}}{\boxed{4}}$$

であるが，

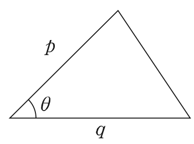
$$\triangle\mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{OB}\cdot\mathrm{AH}=\frac{1}{2}\cdot2\cdot\mathrm{AH}=\mathrm{AH}$$

であるから，

$$\mathrm{AH}=\frac{\sqrt{15}}{4}.$$

← **面積公式**

下図の三角形の面積は $\frac{1}{2}pq\sin\theta$.



方針１，**方針２**のいずれからも

$$\mathrm{AH}=\frac{\sqrt{\boxed{15}}}{\boxed{4}}$$

であることがわかる．

← $\sin B$ を求めた上で，$\mathrm{AH}=\mathrm{AB}\sin B$ とすることもできる．

(3)　$\triangle\mathrm{OAH}\equiv\triangle\mathrm{OCH}$ より

$$\mathrm{CH}=\mathrm{AH}=\frac{\sqrt{15}}{4}$$

である．さらに，$\triangle\mathrm{ABC}$ に余弦定理を用いると

$$\mathrm{AC}^2=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cdot\cos120^\circ=3$$

となるので，$\mathrm{AC}=\sqrt{\boxed{3}}$ である．

← OH は共通で，$\mathrm{OA}=\mathrm{OC}$，$\angle\mathrm{AOH}=\angle\mathrm{COH}$．これより $\mathrm{CH}\perp\mathrm{OB}$ であることもわかる．

← $\angle\mathrm{ABC}=120^\circ$．

したがって，$\triangle\mathrm{ACH}$ に余弦定理を用いて，

$$\cos\angle\mathrm{AHC}=\frac{\mathrm{AH}^2+\mathrm{CH}^2-\mathrm{AC}^2}{2\cdot\mathrm{AH}\cdot\mathrm{CH}}$$

$$=\frac{\left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2-(\sqrt{3})^2}{2\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}}$$

$$=\frac{\frac{15}{16}+\frac{15}{16}-3}{2\cdot\frac{15}{16}}$$

$$=\frac{\boxed{-3}}{\boxed{5}}.$$

第２問　２次関数，データの分析　（配点　30）

［１］

(1)　$y-c=ax^2+bx$ であるから，$x\neq0$ のとき，

$$\frac{y-c}{x}=ax+b\quad すなわち\quad z=ax+b.$$

よって，$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ には順に $\boxed{③}$，$\boxed{④}$ が当てはまる．

(2)(i)　直線の傾きは $\dfrac{0-(-1)}{26-10}=\dfrac{1}{16}$ であるから，求める直線の方程式は

$$z=\frac{1}{16}x+n$$

と表せて，さらに点 $(26,\ 0)$ を通ることより

$$0=\frac{1}{16}\cdot26+n\quad すなわち\quad n=-\frac{13}{8}$$

となる．よって，求める直線の方程式は

$$z=\frac{\boxed{1}}{\boxed{16}}x-\frac{\boxed{13}}{\boxed{8}}.$$

← 数学Ⅱで学習する内容であるが，傾き $\frac{1}{16}$ を求めたあとで，点 $(26,\ 0)$ を通ることから

$$z=\frac{1}{16}(x-26)$$

とすることもできる．

これと $c=31$ より

$$\frac{y-31}{x}=\frac{1}{16}x-\frac{13}{8}$$

となるので，x と y の関係式は

$$y=\frac{1}{16}x^2-\frac{13}{8}x+31$$

である．

(ii)　(i)で求めた式より

$$\begin{aligned}y&=\frac{1}{16}(x^2-26x)+31\\&=\frac{1}{16}\{(x-13)^2-169\}+31\\&=\frac{1}{16}(x-13)^2-\frac{169}{16}+31\end{aligned}$$

となるので，y は $x=\boxed{13}$ (℃)のとき最小となる．

さらに，$y\leqq 22$ のとき，

$$\frac{1}{16}x^2-\frac{13}{8}x+31\leqq 22$$

すなわち

$$x^2-26x+144\leqq 0$$

より $(x-8)(x-18)\leqq 0$ となるので，$8\leqq x\leqq 18$．

したがって，$\boxed{8}$ ℃以上 $\boxed{18}$ ℃以下のときである．

〔2〕

(1)　選択肢を一つずつ検討する．

⓪　図1または図2の散布図によれば，半数以上の都道府県の降雪日数はおよそ20日以下である．したがって，その中央値は30日より小さく，この文は正しい．

①　図1の散布図によれば，年平均気温の最小値は9℃強，最大値は23℃強であるから，範囲はおよそ14℃であり，この文は正しい．

②　年間日照時間の第1四分位数は，小さい方から12番目の都道府県の年間日照時間である．これは図2の散布図によればおよそ1880時間であり，この文は正しい．

③　図1の散布図によれば，年平均気温と降雪日数には負の相関があり，この文は誤りである．

← 負の相関が強いほど相関係数は小さくなる．

④　図1の散布図によればこの文は正しい．

⑤　図1の散布図によれば，年平均気温が最も高いのは年平均気温が約23℃の都道府県であり，この都道府県の降雪日数は0日である．この都道府県を図2の散布図で探すと，年間日照時間はおよそ1880時間程度であり，最大ではない．この文は誤りである．

⑥　図2の散布図によれば，年間日照時間が2100時間以上で，降雪日数が75日くらいの都道府県が存在する．この文は誤りである．

以上より，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ には $\boxed{③}$，$\boxed{⑤}$，$\boxed{⑥}$ が当てはまる(順不同)．

また，図1の散布図から，年平均気温と降雪日数の間には，かなり強い負の相関があるので，$\boxed{\text{チ}}$ には $\boxed{①}$ の -0.87 が当てはまる．

(2)　降雪日数が100日以上120日未満である三つの都道府県の降雪日数は，すべて階級値である110に等しいと仮定するので，

$$X=\frac{110-10}{20}=\boxed{5}$$

である．

← 階級の中央の値を，その階級の階級値という．

図 3 のヒストグラムから読み取った度数分布は以下のようになる．

x	10	30	50	70	90	110	130
X	0	1	2	3	4	5	6
度数	22	10	4	6	1	3	1

したがって，X の平均値 $\overline{X}$ は

$$\begin{aligned}\overline{X}&=\frac{1}{47}(0\cdot22+1\cdot10+2\cdot4+3\cdot6+4\cdot1+5\cdot3+6\cdot1)\\&=\frac{61}{47}\\&\fallingdotseq 1.30\end{aligned}$$

である．

$x=20X+10$ より，x の平均値 $\overline{x}$ は

← $x=aX+b$ のとき，$\overline{x}=a\overline{X}+b$．

$$\overline{x}=20\overline{X}+10\fallingdotseq 36.0$$

である．

よって，$\boxed{\text{テ}}$ には $\boxed{①}$，$\boxed{\text{ト}}$ には $\boxed{⑤}$ が当てはまる．

分散については，以下のように考える．分散の定義より

$$\begin{aligned}s^2&=\frac{1}{N}\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_N-m)^2\}\\&=\frac{1}{N}\{(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_N{}^2)\\&\qquad-2m\times(x_1+x_2+\cdots+x_N)\\&\qquad+m^2\times\underbrace{(1+1+\cdots+1)}_{N\text{ 個}}\}\\&=\frac{1}{N}\{(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_N{}^2)-2m\times mN+m^2\times N\}\\&=\frac{1}{N}(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_N{}^2)-m^2\end{aligned}$$

← $s^2=\overline{x^2}-(\overline{x})^2$．

である．$\boxed{\text{ナ}}$，$\boxed{\text{ニ}}$，$\boxed{\text{ヌ}}$ には順に $\boxed{③}$，$\boxed{⓪}$，$\boxed{⑥}$ が当てはまる．

X^2 の平均値 $\overline{X^2}$ は

$$\begin{aligned}\overline{X^2}&=\frac{1}{47}(0^2\cdot22+1^2\cdot10+2^2\cdot4+3^2\cdot6+4^2\cdot1+5^2\cdot3+6^2\cdot1)\\&=\frac{207}{47}\\&\fallingdotseq 4.40\end{aligned}$$

であるから，X の分散 $s_X{}^2$ は

$$s_X{}^2=\overline{X^2}-(\overline{X})^2\fallingdotseq 4.40-1.30^2=2.71$$

である．$x=20X+10$ より，x の分散は

$$s_x{}^2=400s_X{}^2\fallingdotseq 1084$$

← $x=aX+b$ のとき，$s_x{}^2=a^2\times s_X{}^2$．

となり $\boxed{\text{ネ}}$ には $\boxed{②}$ が当てはまる．

［３］

１の目が９回以上出たセットの割合は

$$\frac{39+10+6+1}{1000}=0.056 \quad \text{すなわち} \quad \boxed{5}.\boxed{6}\%$$

であり，これは５%より大きい．

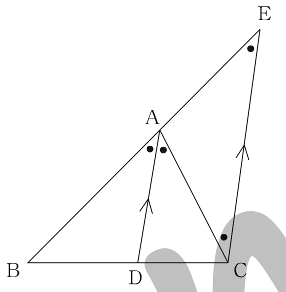
したがって，「正しいさいころを振って30回中９回以上１の目が出る」ということは特に起こりにくいとはいえないので，**方針**によれば「さいころＧが正しく作られている」という仮説は誤っているとは判断されず，さいころＧは１の目が出やすいとはいえない．

← ５%以上の確率で起こることは，特に起こりにくいとはいえないと考える．

したがって，$\boxed{\text{ヒ}}$，$\boxed{\text{フ}}$ にはそれぞれ $\boxed{①}$，$\boxed{①}$ が当てはまる．

第３問　図形の性質　（配点　20）

⑴　点Ｃを通り，直線ADに平行な直線と直線ABの交点をＥとする．



AD∥ECより，同位角が等しいから

$$\angle BAD=\angle AEC \quad (\boxed{⑤})$$

であり，錯角が等しいから

$$\angle CAD=\angle ACE \quad (\boxed{②})$$

である．$\angle BAD=\angle CAD$ より，$\angle AEC=\angle ACE$ であるから

$$AC=AE \quad (\boxed{②})$$

である．

また，AD∥ECより

$$BD:DC=BA:AE \quad (\boxed{②})$$

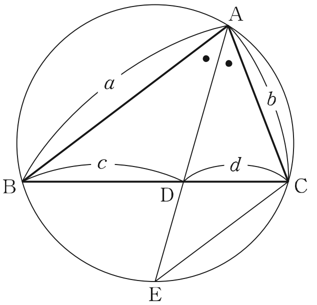
が成り立つ．

以上より

$$BD:DC=BA:AC$$

が成り立つ．

(2)



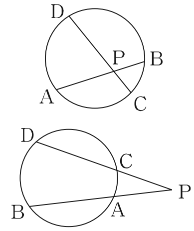
方べきの定理により

$$\mathrm{DA}\cdot\mathrm{DE}=\mathrm{DB}\cdot\mathrm{DC}$$

が成り立つので

$$\mathrm{AD}\cdot\mathrm{DE}=cd.\ (\boxed{⑤}) \quad \cdots ①$$

方べきの定理



点 P を通る 2 直線が，それぞれ円と点 A，B および点 C，D で交わるとき

$$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PC}\cdot\mathrm{PD}.$$

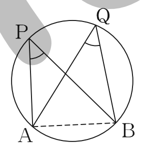
次に，三角形 ABD と三角形 AEC において，直線 AE が ∠BAC を二等分していることから

$$\angle\mathrm{BAD}=\angle\mathrm{EAC}.$$

また，円周角の定理により

$$\angle\mathrm{ABD}=\angle\mathrm{AEC}$$

円周角の定理

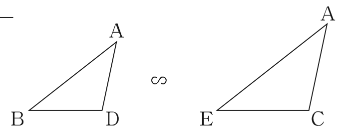


同一円周上に 4 点 A，B，P，Q があり，P，Q が直線 AB に関して同じ側にあれば

$$\angle\mathrm{APB}=\angle\mathrm{AQB}.$$

となる．よって

$$\triangle\mathrm{ABD}\backsim\triangle\mathrm{AEC}\quad(\boxed{①})$$



である．すると

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AD}}=\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AC}}$$

を得て

$$\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AE}=\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}=ab.\ (\boxed{⓪}) \quad \cdots ②$$

② から ① の辺々を引くことにより

$$\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AE}-\mathrm{AD}\cdot\mathrm{DE}=ab-cd.$$

ここで

$$\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AE}-\mathrm{AD}\cdot\mathrm{DE}=\mathrm{AD}\cdot(\mathrm{AE}-\mathrm{DE})=\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AD}$$

上式の左辺を変形している．

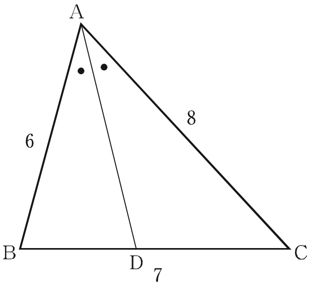
であるので

$$\mathrm{AD}^2=ab-cd$$

となり

$$\mathrm{AD}=\sqrt{ab-cd}.\ (\boxed{①})$$

(3)



角の二等分線に関する(1)の定理により

$$BD:DC = BA:AC$$
$$= 6:8 = 3:4$$

であるから

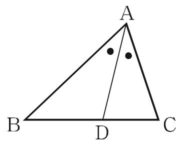
$$BD = \frac{3}{3+4}BC = \frac{3}{7}\cdot 7 = \boxed{3},$$

$$CD = \frac{4}{3+4}BC = \frac{4}{7}\cdot 7 = \boxed{4}$$

である．よって，(2)の結果により

$$AD = \sqrt{6\cdot 8 - 3\cdot 4} = \sqrt{36}$$
$$= \boxed{6}.$$

← 角の二等分線に関する定理



三角形 ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とすると

$$BD:DC = BA:AC.$$

$CD = BC - BD = 7 - 3 = 4$

としてもよい．

第4問　場合の数と確率　(配点　20)

A と B が対戦するときは，袋の中に「A」と書かれた球と「B」と書かれた球が 2 個ずつ入り，「A」の球を取り出せば A の勝ち，「B」の球を取り出せば B の勝ちである．このとき，A が勝つ確率は $\frac{2}{4} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$ である．

A と C が対戦するときは，袋の中に「A」と書かれた球 2 個と「C」と書かれた球 1 個が入る．このとき，A が勝つ確率は $\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$ である．

(1)　**組合せ I** で対戦するとき，A が優勝するのは次の場合である．

なお，A と B が対戦し A が勝つことを［Ⓐ－B］のように表すこととし，他も同様とする．

	一回戦	決勝戦
(ア)	［Ⓐ－B］［Ⓒ－D］	［Ⓐ－C］
(イ)	［Ⓐ－B］［C－Ⓓ］	［Ⓐ－D］

(ア)が起こる確率は

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{6}}$$

であり，(イ)が起こる確率は

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

であるから，**組合せ I** で対戦するとき，A が優勝する確率は

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{3}}.$$

［Ⓒ－D］の確率は，「C」，「D」と書かれた球が 1 個ずつ入った袋から 1 個の球を取り出すとき，それが「C」と書かれた球である確率だから，$\frac{1}{2}$.

← ・（［C－Ⓓ］の確率）

$= 1 - (［Ⓒ－D］の確率) = \frac{1}{2}$.

・［Ⓐ－D］の確率は［Ⓐ－C］の確率と同様にして，$\frac{2}{3}$.

(ア)と(イ)は互いに排反である．

(2)　**組合せ II** で対戦するとき，A が優勝するのは次の場合である．

	一回戦	決勝戦
㈦	［Ⓐ－Ｃ］　［Ⓑ－Ｄ］	［Ⓐ－Ｂ］
㈧	［Ⓐ－Ｃ］　［Ｂ－Ⓓ］	［Ⓐ－Ｄ］

㈦ が起こる確率は

$$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{9}$$

であり，㈧ が起こる確率は

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$$

であるから，**組合せⅡ**で対戦するとき，A が優勝する確率は

$$\frac{2}{9}+\frac{4}{27}=\frac{\boxed{10}}{\boxed{27}}.$$

← ［Ⓑ－Ｄ］の確率は［Ⓐ－Ｃ］の確率と同様にして，$\frac{2}{3}$.

← （［Ｂ－Ⓓ］の確率）$=1-$（［Ⓑ－Ｄ］の確率）$=\frac{1}{3}$.

⑶　**組合せⅢ**で対戦するとき，A が優勝するのは次の場合である.

	一回戦	決勝戦
㈨	［Ⓐ－Ｄ］　［Ⓑ－Ｃ］	［Ⓐ－Ｂ］
㈩	［Ⓐ－Ｄ］　［Ｂ－Ⓒ］	［Ⓐ－Ｃ］

組合せⅢで対戦するとき，A が優勝する確率は

$$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{10}{27}.$$

← ⑵ の「C」が「D」であるだけなので，⑵ の結果に等しい.

したがって，**組合せⅠ**，**組合せⅡ**，**組合せⅢ**から無作為に選んで対戦を行うとき，**組合せⅠ**，**組合せⅡ**，**組合せⅢ**はそれぞれ確率 $\frac{1}{3}$ で選ばれるから，A が優勝する確率は

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{10}{27}+\frac{1}{3}\times\frac{10}{27}=\frac{\boxed{29}}{\boxed{81}}. \qquad \cdots ①$$

また，A が優勝したとき，対戦が**組合せⅠ**で行われている条件付き確率は

$$\frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}}{\frac{29}{81}}=\frac{\boxed{9}}{\boxed{29}}.$$

← **条件付き確率**
事象 A が起こったとき，事象 B が起こる条件付き確率は
$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}.$$

⑷　A が獲得する点数を X とすると X のとり得る値は 0，2，6 である.

$X=6$ となる確率は，① より，

$$\frac{29}{81}.$$

$X=0$ となる確率は，**組合せⅠ**，**組合せⅡ**，**組合せⅢ**から無作為に選んで対戦を行い，A が一回戦で負ける確率であるから

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{18}.$$

← $X=2$ となる確率より $X=0$ となる確率の方が求めやすい.

$X=2$ となる確率は

$$1-\left(\frac{29}{81}+\frac{7}{18}\right)=\frac{41}{162}.$$

X	0	2	6	計
確率	$\frac{7}{18}$	$\frac{41}{162}$	$\frac{29}{81}$	1

したがって，X の期待値は

$$0\times\frac{7}{18}+2\times\frac{41}{162}+6\times\frac{29}{81}=\frac{\boxed{215}}{\boxed{81}}.$$

MEMO