

はじめに

「場合の数、確率」は、一体の分野とみなすことが多いのですが、実際には、「場合の数」と「確率」の単元の性質はかなり異なっています。

「場合の数」は、「何通りか」を調べることがテーマであり、問の意味としてはこの上なくわかりやすい分野といえます。

反面、その解法は多様であり、どのように考えればよいかで悩むことも多いかもしれません。

一方、「確率」は、その概念に難しさがあります。ただし、「場合の数」の考え方をつかんでしまえば、独自の解法は限られていて、攻略はむしろ容易であるともいえます。

以上をふまえて、本書では、

- 1 まず「場合の数」での基本となる考え方をマスターし、それを土台にして、
- 2 場合の数および確率の重要問題を考えることで、解答のアプローチを身につけます、
仕上げとなる
- 3 最後の力だめし問題
には、かなり手強い問題も含まれますが、身につけた考え方を活用してチャレンジしましょう。

この魅力的な単元を得意分野にするために、本書が役立てば幸いです。

竹内 大栄

目次

第1章 基本事項	6
第2章 重要例題と類題	18
例題1 順列（整数の個数，辞書式配列）	18
例題2 順列（隣り合う，隣り合わない）	20
例題3 最短経路	22
例題4 倍数の個数	26
例題5 組分け	28
例題6 円順列1	30
例題7 円順列2	32
例題8 重複組合せ	35
例題9 対角線の交点	38
例題10 立方体の塗り分け	40
例題11 確率の基礎	42
例題12 関門通過の確率	44
例題13 反復試行の確率	46
例題14 条件付き確率	49
例題15 サイコロの確率1	52
例題16 サイコロの確率2	55
例題17 じゃんけんの確率	58
例題18 等確率性	60
例題19 最大値，最小値の確率	62
例題20 確率の最大値	64
例題21 くじ引きの確率	66
第3章 力だめし問題	70

〈別冊〉類題と力だめし問題の解答

第1章 基本事項

1. 場合の数

場合の数単元は問題パターンが多岐にわたり、かつ、今までにないパターンの問題も容易に作りだすことができる。結果として、「パターンを暗記する」という勉強の仕方では対応することは難しい。だからといって、闇雲に多くの問題にあたるという方法では、なかなか目に見える成果が上がらない。

場合の数については次の順序で理解を深めていくことを勧める。

- [1] 基本となる少数の考え方をしっかり身につける。
- [2] [1] の考え方を意識しながらある程度の問題数に当たる。

ここでは基本となる少数の考え方を提示しておく。次の3つである。

- (i) 樹形図
- (ii) 馬の足の原理
- (iii) ベン図

順に詳しく見ていこう。

(i) 樹形図

考え方の中で、最も重要なのは樹形図である。場合の数のすべての問題で樹形図を利用すると言っても過言ではない。

その使い方は「数え上げ」、「積の法則」の2つに分かれる。

(例1) 4つの数字1, 2, 3, 4を並べて、

1番目は1以外、2番目は2以外、

3番目は3以外、4番目は4以外

となるようにするとき、並べ方は何通りあるか。

類題 1

- (1) 一万の位が1であるものは、

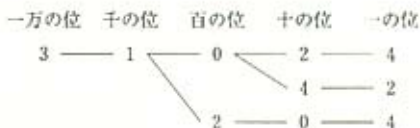
$$4! = 24 \text{ (個)},$$

一万の位が2, 3であるものも24個ずつあるから、求める数の一万の位は3であり、
 その中で $57 - 24 \times 2 = 9$ (番目) の数である。

このうち、千の位が0であるものは、

$$3! = 6 \text{ (個)},$$

千の位が1であるものも6個あるから、求める数の千の位は1であり、その中で
 $9 - 6 = 3$ (番目) の数である。

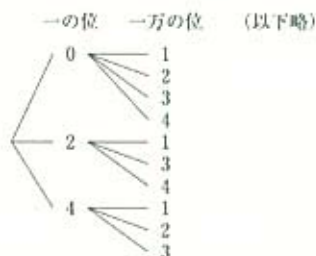


上の樹形図より、求める数は、

$$31204.$$

- (2) 偶数について、一の位が偶数であればよい。

一の位、一万の位、千の位、百の位、十の位の順に樹形図で考える。



求める個数は、

$$(4 + 3 + 3) \times 3! = 60 \text{ (個)},$$

別解

5桁の整数は全部で、

$$4 \times 4! = 96 \text{ (個)}$$

できる。

このうち、奇数は、一の位、一万の位、千の位、百の位、十の位の順に樹形図で考
 えて、