は し が き

■本書の特色

1.　2017年度の大学入試問題の中から，例年よく出題されるタイプを中心に質の良い問題を選び収録してある．
2.　各問題に対してていねいな解答をつけ，必要に応じて方針，別解，注，参考をつけた．解答は自然で思いつきやすい標準的な解法を重視し，受験生がいろいろな問題に応用できる解答を心掛けた．
3.　問題編はとりはずしのできる別冊になっているので，問題と解答のページを交互に開く面倒がない．
4.　問題番号の左上に＊印のついた問題は，実際の問題に若干の修正を加えてある(穴埋め→記述式の変更も含む)．また，データの分析分野(数学Ⅰ)，整数分野(数学A)は数学Ⅱ，Bなどの知識を必要とする問題も多い．そのような問題には問題番号の左下に△印をつけてある．

■本書を用いての学習法

1.　数学の学習においては，つまらない問題をいくら解いてみたところで実力の向上は望めない．
　本書に収めた問題は，いずれも，それを解くことによって重要な解法，考え方を修得できるものばかりであり，本書によって，最新の問題を体験しながら実力アップをはかることができる．
2.　問題は，自力で最後まで解ききるのが一番よいのであるが，中には，いくら頑張っても解き方のわからない問題もでてくるであろう．また，限られた時間を有効に使わなければならない受験生諸君にとって，1つの問題に何時間も費やすわけにはいかないと思う．
　そのようなときは，解答を読むのも1つの学習法である．ただし，解答を読むときは，単に計算過程や推論過程を追うのではなく，そこで用いられている考え方，アイディア，手法をよく整理し，消化しながら読むようにしよう．解答に引きずられるだけの読み方では，答はわかっても自分の中には何も残らないからである．

河合塾　数学科

単元とその収録問題

本書が扱うような標準的な問題（特殊な発想が不要で多くの問題に解法を応用できる問題）の出来で，東大なども含めどの大学も入試の合否は決まる。

１つの単元の復習が終わったら本書でその単元の問題をいくつか解くのが効果的なので，**どの単元が何番で扱われているか**をまとめておく。

先入観をもたずに解いてもらうため細かいテーマはここには書かない，テーマから問題を選ぶには次ページ以降の「**収録問題の概要**」を見てほしい．

数学Ⅰ

・数と式……***1***

・２次関数……***2～9***

・図形と計量……***10～14***

・図形の性質……***15***

・データの分析……***16***

数学Ａ

・場合の数……***17～20***

・確率……***21～28***

・整数……***29～36***

数学Ⅱ

・式と証明……***37～40***

・複素数と方程式……***41～43***

・図形と方程式……***44～50***

・三角関数……***51～54***

・指数・対数……***55～61***

・整式の微分法……***62～68***

・整式の積分法……***69～78***

数学Ｂ

・数列……***79～95***

・平面ベクトル……***96～105***

・空間ベクトル……***106～113***

（注．「確率分布と統計的な推測」は出題が極めて少ないので収録していない）

数学Ⅲ

・積分法（微積分融合問題を含む）
……***114～130***

・式と曲線……***131～135***

・極限，微分法……***136～152***

・複素数平面……***153～160***

収録問題の概要

数学Ⅰ

- ２次関数／「解の存在範囲」は **9**．数学Ⅱの通過領域の基礎となるから（**50** 参照），必ず解けるようにしておこう．
- 図形と計量（三角比）／**10** はこの単元の総合的な良問．**11** は円に内接する四角形の典型問題．
- 図形の性質（平面幾何）／**15** はメネラウスの定理などを使う典型問題．
- データの分析／この分野はセンター試験も含めて変数変換が重要であり，**16** はその例である．

数学Ａ

- 場合の数／**17** と **18** でいろいろなタイプの順列を一通り学べる．つまずきやすい「組分け」は **19** と **20** で理解しよう．
- 確率／**22** は重複組み合わせの応用も含む．**23** は入試直後に web で話題になった東北大の問題．条件つき確率は素朴な感覚が重要かつ計算も容易だという数学者の意見を参考に解答を作った．**28** は確率の最大値．
- 整数／苦手な受験生は多いが，標準的な問題が解ければよい．難問は合否に影響しないと割り切ろう．**31** はじっくり考えてほしい良問．**32** は不定方程式の典型問題．**34** は n 進法の良問．有理数解について問うのが **36**．

数学Ⅱ

- 式と証明／二項定理，多項定理は **37**．**38** は不等式の応用の典型問題．**40** は数学が得意な受験生にお勧めの証明問題．
- 複素数と方程式／**41** は整式の割り算．**42** は３次方程式．**43** は名古屋大らしい複素数の良問．
- 図形と方程式／**44** と **45** は座標平面での円．軌跡は **46**～**48**．**48** は早稲田大らしい応用問題だ．**49** は領域における最大最小．**50** は直線の通過領域．この類題は「線分の通過領域」を問う形で 2014 年に東京大，名古屋大などで出題されたが出来が悪かった．ただし，「線分がどのように動くか」

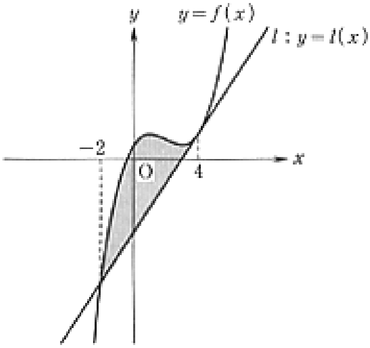
まで理解していると解きやすかった．【参考】を読むと直線の動き方がわかる．

- 三角関数／三角関数の方程式が ***51～53***．***52*** は頻出の正五角形についての問題．***54*** は北海道教育大らしい教育的な良問．
- 指数関数と対数関数／***60*** は桁数，最高位の数を聞いた後，最高位の一つ下の数まで聞いているのが面白い．***61*** は対数の確率への応用．
- 整式の微分法／３次関数は ***62～65***．４次関数は ***66***．***67*** と ***68*** は図形問題への微分法の応用．
- 整式の積分法／***69*** は定積分で表された関数．***70～73*** は放物線と面積．特に ***73*** は**数Ⅲを学んだ受験生にお勧めだ**．数Ⅱの範囲で解くと計算が大変だが，数Ⅲの知識を利用すると比較的簡単な計算で済む．その方法を【参考】と（別解）で解説した．***74*** も類題．***76*** の面積計算はもちろん数Ⅱの知識でできるが数Ⅲを利用すると簡単になる．【参考】を見てほしい．***77*** は，２つの曲線で囲まれた２つの部分の面積が等しくなる条件．***78*** は，放物線と円が接しているときに囲まれた図形の面積を求める．

数学Ｂ

- 数列／***79*** は等比数列．***80*** と ***81*** は等差数列．***83*** は格子点の個数．***84*** は群数列．***85*** は数列の項の最大値．***86～90*** は漸化式．***91*** と ***92*** は確率漸化式．***93～95*** は数学的帰納法．
- 平面ベクトル／***96*** はベクトルの基本を確認させる良問．***98～100*** は平面ベクトルの総合問題．***101*** と ***102*** は円周上を動く点の問題．出来に差がつくので是非解こう．***103～105*** はハイレベルな良問．特に ***104*** は東京大らしい，考えるのが面白い問題．決して難問ではないから挑戦しよう．
- 空間ベクトル／***106*** は平行六面体，***107*** は四面体，***108*** は四角錐．この順で解くと空間ベクトルの基本事項の確認がスムーズにできる．***109～111*** は空間での直線．***112*** と ***113*** は総合問題．

(3)



$$f(x)-l(x)=0$$

すなわち，

$$(x-4)^2(x+2)=0$$

より，

$$\begin{aligned} S&=\int_{-2}^{4}\{f(x)-l(x)\}\,dx\\ &=\int_{-2}^{4}(x-4)^2(x+2)\,dx\\ &=\int_{-2}^{4}(x-4)^2\{(x-4)+6\}\,dx\\ &=\int_{-2}^{4}\{(x-4)^3+6(x-4)^2\}\,dx\\ &=\left[\frac{1}{4}(x-4)^4+\frac{6}{3}(x-4)^3\right]_{-2}^{4}\\ &=-\frac{1}{4}(-6)^4-2(-6)^3\\ &=\mathbf{108}. \end{aligned}$$

(数Ⅲ履修者向けの参考)

部分積分の途中を省略して書けば，

$$\int_{-2}^{4}(x-4)^2(x+2)\,dx$$

↓積分　　　積分

$$=\left[\frac{(x-4)^3}{3}(x+2)-\frac{(x-4)^4}{12}\cdot 1\right]_{-2}^{4}$$

微分

$$=0-\left(-\frac{6^4}{12}\right)$$

$$=108.$$

（参考終り）

77

(1)　$g(x)=f(x)$ より，

$$x(x-4)^2-ax^2=0.$$

$$x\{x^2-(a+8)x+16\}=0. \qquad \cdots①$$

ここで，

$$x^2-(a+8)x+16=0 \qquad \cdots②$$

の判別式を D とすると，$a>0$ より，

$$D=\{-(a+8)\}^2-4\cdot1\cdot16=a^2+16a>0$$

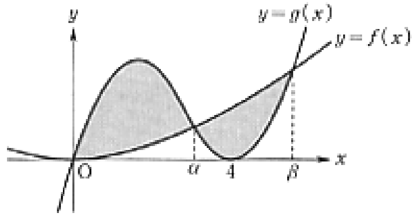
であるから，② は異なる 2 つの実数解をもつ．さらに，② は $x=0$ を解にもたないから，① は異なる 3 つの実数解をもつ．よって，2 つの曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ は相異なる 3 点で交わる．

(2)　② の実数解を α，β $(\alpha<\beta)$ とおくと，0，α，β が 2 つの曲線の交点の x 座標である．

解と係数の関係より，

$$\begin{cases} \alpha+\beta=a+8>0 & \cdots③\\ \alpha\beta=16 & \cdots④ \end{cases}$$

であるから，$0<\alpha<\beta$ である．



よって，曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなる条件は，

$$\int_0^{\alpha}\{\underbrace{g(x)-f(x)}_{h(x)\text{ とする}}\}\,dx=\int_{\alpha}^{\beta}\{\underbrace{f(x)-g(x)}_{-h(x)\text{ になる}}\}\,dx.$$

$$\int_0^{\alpha}h(x)\,dx+\int_{\alpha}^{\beta}h(x)\,dx=0.$$

$$\int_0^{\beta}h(x)\,dx=0.$$

$$\int_0^{\beta}\{x^3-(a+8)x^2+16x\}\,dx=0.$$

$$\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{a+8}{3}x^3+8x^2\right]_0^{\beta}=0.$$

$$\frac{1}{4}\beta^4-\frac{a+8}{3}\beta^3+8\beta^2=0.$$

$\beta>0$ より，