

———— はじめに ————

本書では、「数学B」の中で、ほとんどの受験生が選択する分野である“数列”と“ベクトル”を学習します。この分野の、標準的なレベルの大学入試問題を確実に解ける実力を養成することが、本書の目的です。

数学の学習では、とくに

概念を正しく理解していること、公式を正しく使えること
が重要です。

新しい概念は、その定義を何度読み返してみてもなかなか理解できないことがよくあります。そこで、公式や定理を証明してみたり、問題の演習を行うことが必要となります。問題が解けなかったり、答えを間違えたりしたときに、その原因は、概念が正しく理解できていないから、あるいは、公式が正しく使えていないからではないか、と反省してみるのです。つまり、概念が正しく理解できているかどうか、公式が正しく使えているかどうかのチェックのために問題演習を行うのであり、このことが入試問題攻略に必要な実力を身につけることにもつながるのです。

数学のほとんどの問題は、概念が理解できていて、公式が正しく使えれば解けるはずですが、実際の入試問題に対応するためにはやはり、個々の問題に応じて

解法の技術を修得する

ことが必要です。問題解法の技術を身につけることにより、さらに概念の理解が深まるはずです。

別冊における**解答**は、とくに、以下の点に注意して書きました。

- 議論の展開が自然で、かつ、明解であること
- 特殊なアイデアや知識を用いないこと
- 計算は、自明な式変形を除いて、できる限り途中の計算も書くこと
- 図形問題では、理解しやすいように、可能な限り多くの図を入れること

構成と使い方

●問題編

基本のまとめ

各節のはじめに設け、その項目に関する定義や公式を整理した。

問題演習

過去に出題された大学入試問題の中から、各分野の標準的で頻出の問題を194題に厳選した。とくに、問題の選定にあたっては解き進むうちに達成感、満足感が得られるよう問題のレベル設定に注意し、問題の分量を定めた。冠名「チョイス新標準問題集」はこの意味あいを込めて命名したのである。

問題A 大学入試で出題された問題中心に基本的・基礎的問題を収録。

問題B 問題Aと同じ分野で、問題Aよりやや程度の高い問題を、問題Aと問題Bの難易が自然につながるよう収録。

出題大学名の右上に*のついた問題は、一部に手が増えられていることを示す。

ヒント 解法の手がかりとなるように、巻末の「答えとヒント」の中で設けた。

この問題集の進め方には、問題Aを一通り終えてから問題Bにとり組む方法と、問題Aと問題Bをセットにして順番に解いていく方法がある。また、本格的に実力を試したい人は、問題Bだけを解いてもよい。

●解答・解説編

考え方 解き方の指針を示した。

解答 標準的な解法による解答である。ただし、標準的な解法が複数にわたる場合には、[解答1]、[解答2]というように、それぞれの解法による解答を与えることにした。なお、空欄補充式の問題については、記述式に準じた解答をとった。

別解 別の視点でとらえた解答である。

注 解答の際に注意すべき点や補足事項を示した。

解説 解答や解答に関連する概念について、やや詳しく説明した。

— も く じ —

第1章 数 列

- 1 等差数列と等比数列 6
- 2 いろいろな数列12
- 3 漸化式20
- 4 数学的帰納法31
- 5 数列の応用37

第2章 ベクトルと図形

- 6 平面上のベクトルと図形
.....46
- 7 平面上のベクトルと内積
.....55
- 8 空間座標と空間のベクトル
.....65
- 9 空間図形(直線, 平面, 球面)
.....74

答えとヒント83

解答・解説編別冊

$$\begin{aligned} \text{〔第 } n \text{ 群の最後の項〕} &= \sum_{k=1}^n k \\ &= \frac{1}{2}n(n+1) \end{aligned}$$

(1) 求める数を x とすると

$$\begin{aligned} x &= \text{〔第 } n \text{ 群の最後の項〕} \\ &= \frac{1}{2}n(n+1) \end{aligned}$$

(2) 求める数を y とすると

$$\begin{aligned} y &= \text{〔第 } n \text{ 群の最初の項〕} \\ &= \text{〔第 } n-1 \text{ 群の最後の項〕} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(n-1)n + 1 \end{aligned}$$

(3) 1000 が第 n 群に含まれるとすると

$$\frac{1}{2}(n-1)n < 1000 \leq \frac{1}{2}n(n+1)$$

ここで,

$$\frac{1}{2} \cdot 44 \cdot 45 = 990, \quad \frac{1}{2} \cdot 45 \cdot 46 = 1035$$

であるから

$$n = 45$$

さらに

$$1000 = 990 + 10$$

であるから, 1000 は第 45 群の 10 番目の項.

(2)の結果から, 1 番上の段の左から 45 番目の数は

$$\frac{1}{2} \cdot 44 \cdot 45 + 1 = 991$$

	(1)	(2)	...	(44)	(45)
(1)	1	3			990, 991
(2)	2				992
...					...
100				1000	
...					
45					

よって, 上の図のようになるから, 1000 は

左から 36 番目, 上から 10 段目にある.

34 **【考え方】**

$$1|2, 1|3, 2, 1|4, 3, \dots$$

という具合に群に分けると, 第 n 群は

$$n, n-1, n-2, \dots, 2, 1$$

【解答】

次のように群に分ける.

$$1|2, 1|3, 2, 1|4, 3, \dots$$

このとき, 第 n 群は

$$n, n-1, n-2, \dots, 2, 1$$

(1) m 度目の n は第 $n+m-1$ 群に現れる.さらに, 第 $n+m-1$ 群は

$$n+m-1, n+m-2, \dots,$$

$$n(n+m-m), \dots, 2, 1$$

であるから, m 度目の n は第 $n+m-1$ 群の m 番目の項第 $n+m-2$ 群の最後の項は,

$$1+2+3+\dots+(n+m-2)$$

$$= \sum_{k=1}^{n+m-2} k = \frac{1}{2}(n+m-2)(n+m-1)$$

より

$$\text{第 } \frac{1}{2}(n+m-2)(n+m-1) \text{ 項}$$

であるから, m 度目の n は

$$\text{第 } \frac{1}{2}(n+m-2)(n+m-1) + m \text{ 項}$$

(2) 第 200 項が第 N 群に含まれているとすると

$$\sum_{k=1}^{N-1} k < 200 \leq \sum_{k=1}^N k$$

すなわち

$$\frac{1}{2}(N-1)N < 200 \leq \frac{1}{2}N(N+1)$$

ここで,

$$\frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 20 = 190, \quad \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 210$$

であるから

$$N = 20$$

さらに,

$$200 = 190 + 10$$

から, 第 200 項は

第 20 群の 10 番目の項

第 20 群は

$$20, 19, 18, \dots, 2, 1$$